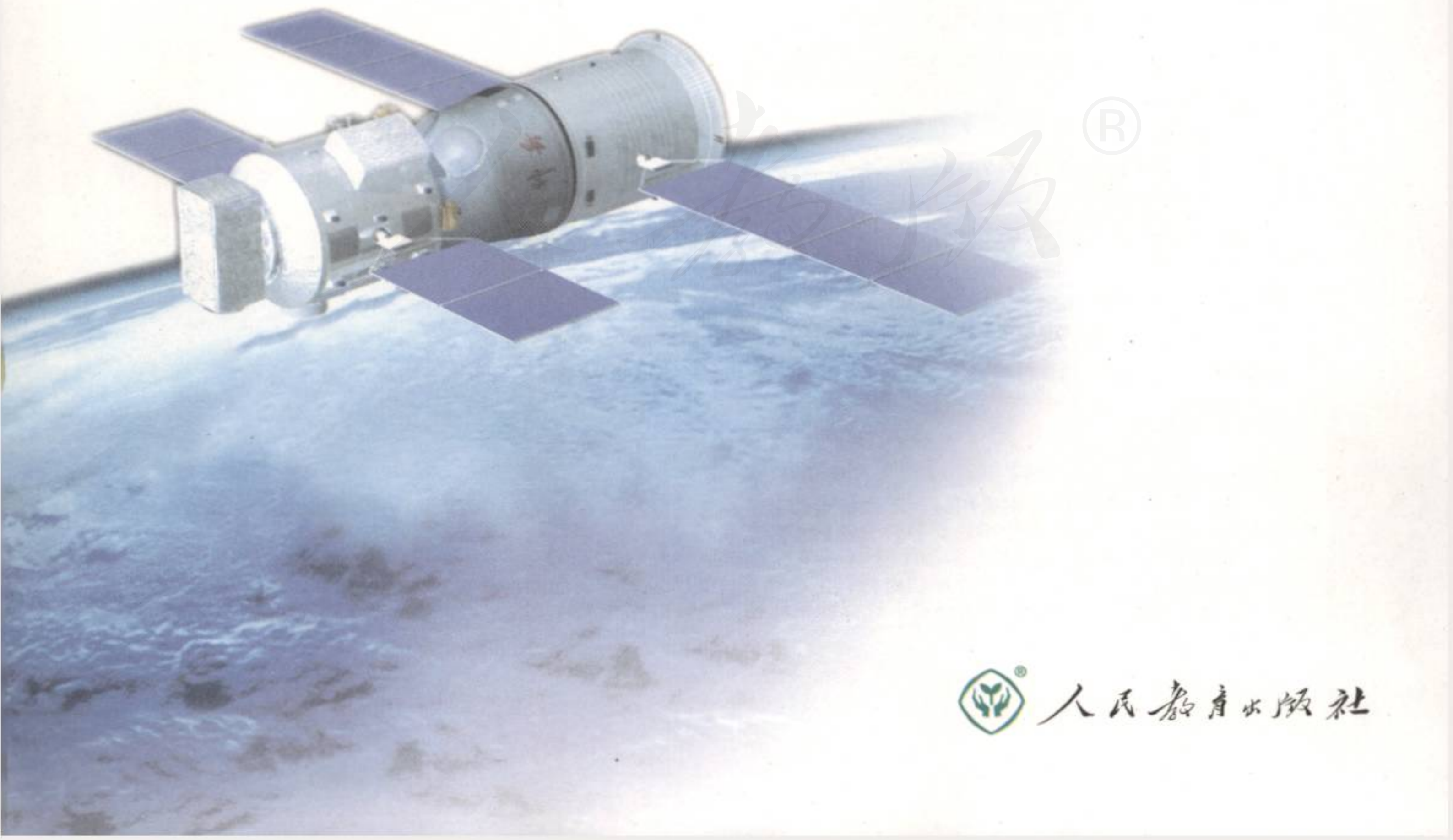
普通高中课程标准实验教科书

物理 ②

必修

人民教育出版社 课程教材研究所
物理课程教材研究开发中心 编著



人民教育出版社

总 主 编：张大昌
副总主编：彭前程
主　　编：张维善
执笔人员：黄恕伯　孙　新　张维善
绘　　图：王凌波　张傲冰　张　良
责任编辑：张　颖　苗元秀
版式设计：马迎莺
审　　读：王存志

普通高中课程标准实验教科书　物理 2　必修

人民教育出版社　课程教材研究所
物 理 课 程 教 材 研 究 开 发 中 心　编著

出版发行　人民教育出版社
（北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）
网　　址　http://www.pep.com.cn
经　　销　全国新华书店
印　　刷　保定市中画美凯印刷有限公司
版　　次　2010 年4 月第 3 版
印　　次　2019 年 8 月第 28 次印刷
开　　本　890 毫米 × 1240 毫米　1/16
印　　张　5.75
字　　数　129 千字
书　　号　ISBN978-7-107-20163-9
定　　价　6.90元
价格依据文件号：京发改规［2016］13号

绿色印刷　保护环境　爱护健康

亲爱的同学们：

你们手中的这本教科书采用绿色印刷标准印刷，在它的封底印有“绿色印刷产品”标志，从2013年秋季学期起，北京地区出版并使用的义务教育阶段中小学教科书全部采用绿色印刷。

按照国家环境标准（HJ2503-2011）《环境标志产品技术要求 印刷 第一分部：平板印刷》，绿色印刷选用环保型纸张、油墨、胶水等原辅材料，生产过程注重节能减排，印刷产品符合人体健康要求。

让我们携起手来，支持绿色印刷，选择绿色印刷产品，共同关爱环境，一起健康成长！

北京市绿色印刷工程

目　录

力学是关于运动的科学，它的任务是以完备而又简单的方式描述自然界中发生的运动。

——基尔霍夫①

第五章 曲线运动

到目前为止，我们只研究了物体沿着一条直线的运动。实际上，在自然界和技术中，曲线运动随处可见。水平抛出的物体，在落到地面的过程中沿曲线运动；地球绕太阳公转，轨迹接近圆，也是曲线。抛出的物体、公转中的地球，它们的运动都是**曲线运动**（**curvilinear motion**）。

从现在开始，我们把目光转向抛体运动、圆周运动，以及更一般的曲线运动，从中你会看到，我们研究直线运动时的思路，原则上同样可以用来处理曲线运动。

通过本章和下一章的学习，你还会发现：地球上物体的运动和天体的运动原来遵从同样的科学规律！

① 基尔霍夫（Gustav Robert Kirchhoff，1824—1887），德国物理学家，对电路和热辐射的理论有杰出的贡献，得出了关于电路和热辐射的两个“基尔霍夫定律”。

1 曲线运动

从现在开始，我们研究质点沿曲线运动时所遵循的规律。这一节的任务是找出描述曲线运动的方法，下一节将根据牛顿运动定律得出质点做曲线运动的规律。这个思路与研究直线运动时是一样的。

描述直线运动时要用到位移和速度两个物理量，描述曲线运动时也是这样。

曲线运动的位移 研究物体的运动时，坐标系的选取是很重要的。例如我们把一个物体沿水平方向抛出，它不会一直在水平方向上运动，而是沿着一条曲线落向地面。这种情况下无法应用直线坐标系，而应该选择**平面直角坐标系**。例如，这个坐标系的原点可以选在物体离开手掌时的位置，同时让 x 轴沿水平抛出的方向、y 轴沿竖直向下的方向，如图 5.1-1。

当物体运动到 A 点时，它相对于抛出点的位移是 OA，可以用 l 表示。然而这类问题中位移矢量 l 的方向在不断变化，运算不太方便，所以要尽量用它在坐标轴方向的分矢量来代表它。由于两个分矢量的方向是确定的，所以只用 A 点的坐标 x_A、y_A 就能表示它们，于是问题就简单些了。

过去建立平面直角坐标系时总使 y 轴的方向朝上，其实朝下也是可以的。但这时要注意，处于 x 轴下方的点的纵坐标不是负值而是正值。

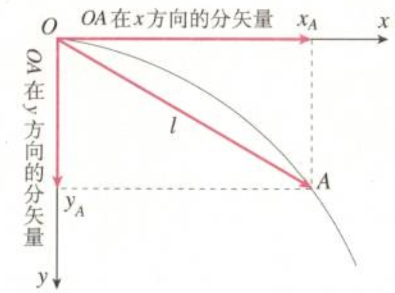


图 5.1-1 质点做曲线运动时的位移矢量

思考与讨论

观察图5.1-2、图5.1-3描述的现象，你能不能说清楚，砂轮打磨下来的炽热微粒、飞出去的链球，分别沿着什么方向运动？

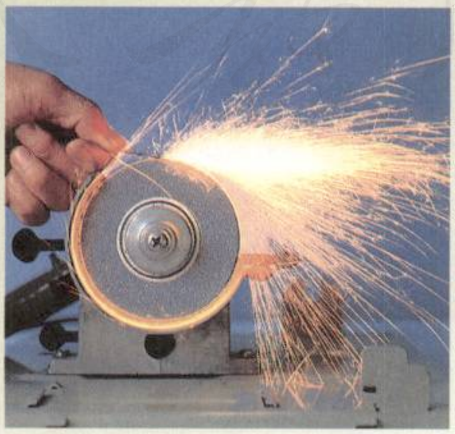


图 5.1-2 微粒沿什么方向飞出？


图 5.1-3 链球沿什么方向飞出？

曲线运动的速度 运动员掷链球时，链球在手的牵引下做曲线运动，一旦运动员放手，链球即刻飞出。放手的时刻不同，链球飞出的方向也不一样，可见做曲线运动的物体，不同时刻的速度具有不同的方向。所以，在研究曲线运动的速度时，我们首先考虑怎样确定物体在某一时刻的速度的方向。

演示

如图5.1-4，水平桌面上摆一条弯曲的轨道，它是由几段稍短的弧形轨道组合而成的。通过压缩弹簧或者斜面使钢球由轨道的 C 端滚入，在轨道的约束下做曲线运动。在轨道的下面放一张白纸，蘸有墨水的钢球从出口 A 离开轨道后在白纸上留下一条运动的痕迹，它记录了钢球在 A 点的运动方向。

拆去一段轨道，钢球的轨道出口改在 B。用同样的方法可以记录钢球在轨道 B 点的运动方向。

白纸上的墨迹与轨道(曲线)有什么关系?

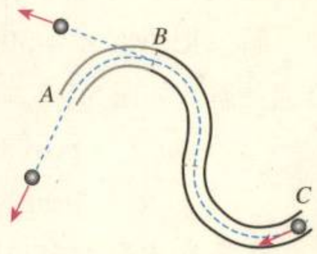


图5.1-4 钢球离开轨道时的速度方向与轨道（曲线）有什么关系?

讨论曲线运动的速度方向时要明确一个数学概念：曲线的切线。在初中数学里我们已经知道圆的切线，对于其他曲线，切线指的是什么?

如图 5.1-5，过曲线上的 A、B 两点作直线，这条直线叫做曲线的割线。设想 B 点逐渐向 A 点移动，这条割线的位置也就不断变化。当 B 点非常非常接近 A 点时，这条割线就叫做曲线在 A 点的**切线**（**tangent**）。

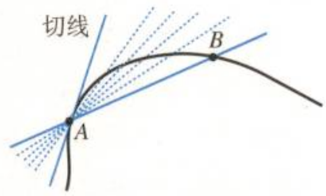


图5.1-5 A、B 两点靠得很近很近时，直线 AB 就成了曲线的切线。

有了切线的概念，我们就可以说：**质点在某一点的速度，沿曲线在这一点的切线方向。**

速度是矢量，它既有大小，又有方向。不论速度的大小是否改变，只要速度的方向发生改变，就表示速度矢量发生了变化，也就有了加速度。曲线运动中速度的方向在变，所以**曲线运动是变速运动**。

速度是矢量，它与力、位移等其他矢量一样，可以用它在相互垂直的两个方向的分矢量来表示，这两个分矢量叫做**分速度**。我们仍以被抛出的物体的运动为例（图 5.1-6）。物体的速度记做 v，沿曲线的切线方向，v_x、v_y 是它在两个坐标轴方向的分速度。如果速度方向与 x 轴的夹角是 θ，按照锐角三角函数的定义，两个分速度 v_x、v_y 与

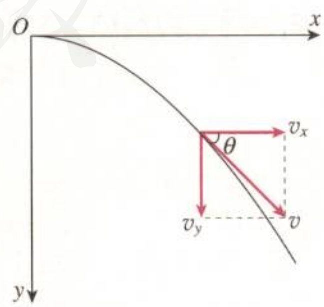


图 5.1-6 速度和它在 x、y 方向的分矢量

速度 v 的关系是

$$v_x = v\cos\theta$$

$$v_y = v\sin\theta$$

例题 飞机起飞时以 300 km/h 的速度斜向上飞，飞行方向与水平面的夹角为 30°。求水平方向的分速度 v_x 和竖直方向的分速度 v_y。

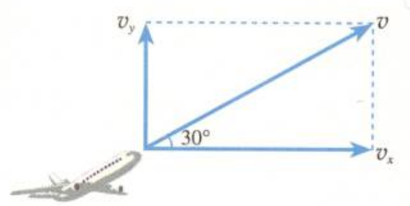


图5.1-7 求水平方向和竖直方向的分速度

解 把速度 v = 300 km/h 按水平方向和竖直方向分解，如图 5.1-7，可得

$$v_x = v\cos 30^\circ = 260\ \text{km/h}$$

$$v_y = v\sin 30^\circ = 150\ \text{km/h}$$

飞机在水平方向和竖直方向的分速度分别是 260 km/h 和 150 km/h。

做一做[①]

如图 5.1-8，取一根稍长的细杆，一端固定一根铁钉，另一端用羽毛或纸片做成尾翼，这样就得到了一个能够显示曲线运动速度方向的“飞镖”。在空旷地带把飞镖向斜上方抛出，飞镖在空中的指向就是它做曲线运动的速度方向。飞镖落至地面插入泥土后的指向就是它落地瞬时的速度方向。改变飞镖的投射角，观察它在飞行过程中直到插入地面时的不同角度。

与飞镖在空中做曲线运动的轨迹相联系，体会曲线运动的方向与轨迹曲线的关系。


图 5.1-8 显示曲线运动速度方向的飞镖

运动描述的实例 分析下面的实例，对于怎样用物体的位置（位移）和速度描述它在平面中的运动，可以有些更清晰的认识。

演示

在一端封闭、长约 1 m 的玻璃管内注满清水，水中放一个红蜡做的小圆柱体 R。将玻璃管的开口端用橡胶塞塞紧（图5.1-9 甲）。

① 本书中，“做一做”栏目和“说一说”栏目，其中的内容是扩展性的，不是基本教学内容。同学们可以根据自己的条件在老师的指导下选择学习。

将玻璃管倒置（图乙），蜡块 R 沿玻璃管上升。如果在玻璃管旁边竖立一个米尺，可以看到，除了开始的一小段外，蜡块上升的速度大致不变。

再次将玻璃管上下颠倒，在上升的同时，将玻璃管紧贴着黑板沿水平方向向右匀速移动（图丙）。以黑板为参照物观察蜡块的运动。

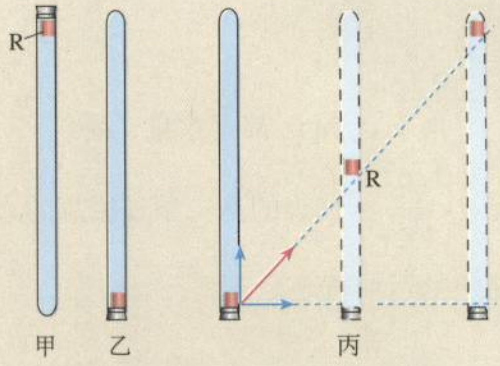


图 5.1-9 观察红蜡块的运动

蜡块在做什么样的运动？它在黑板上留下的轨迹是直线吗？也许轨迹是黑板平面内的一条曲线？它的运动是匀速运动吗？也许速度的大小或方向有些变化？这些问题都不是仅凭“看”就能准确回答的。

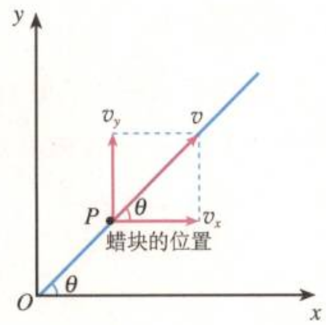


图 5.1-10 在平面直角坐标系中研究蜡块的运动

蜡块的位置 首先，以蜡块开始运动的位置为原点 O，水平向右的方向和竖直向上的方向分别为 x 轴和 y 轴的方向，建立平面直角坐标系（图 5.1-10）。

我们设法写出蜡块的坐标随时间变化的关系式。蜡块的 x 坐标的值等于它与 y 轴的距离，y 坐标的值等于它与 x 轴的距离。若以 v_x 表示玻璃管向右移动的速度，以 v_y 表示蜡块沿玻璃管上升的速度，则有

$$x = v_x t$$

$$y = v_y t$$

请你考虑：怎样计算蜡块对于原点的位移（大小和方向）与时间的关系？

蜡块的速度 速度 v 与 v_x、v_y 的关系已经在图 5.1-10 中标出，因此可以根据勾股定理写出它们之间的关系

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

根据三角函数的关系，从图 5.1-10 还可以确定速度 v 的方向，即角 θ 的正切

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

蜡块运动的轨迹 蜡块沿着什么样的轨迹运动？在数学上，关于 x、y 两个变量的关系式描述一条曲线（包括直线），而在上面 x、y 的表达式中，除了 x、y 之外还有一个变量 t，我们应该从这两个式子中消去 t，这样就得到

$$y=\frac{v_y}{v_x}x$$

由于 v_x 和 v_y 都是常量，所以 $\frac{v_y}{v_x}$ 也是常量，可见 $y=\frac{v_y}{v_x}x$ 代表的是一条过原点的直线，也就是说，蜡块的运动轨迹是直线。

这里说的“常量”，指的是它不随坐标 x、y 变化。也就是说，在任何位置，$\frac{v_y}{v_x}$ 的值都是一样的。因此，$y=\frac{v_y}{v_x}x$ 具有正比例函数关系的形式。

物体做曲线运动的条件 物体在什么条件下做曲线运动？观察下面的实验。

演示

一个在水平面上做直线运动的钢球，从侧面给它一个力，例如在钢球运动路线的旁边放一块磁铁，观察钢球的运动。

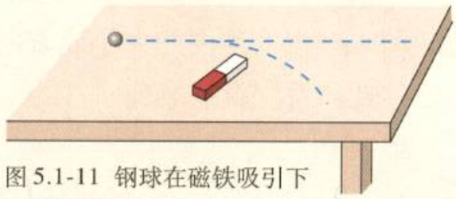


图 5.1-11 钢球在磁铁吸引下怎样运动？

当物体所受合力的方向与它的速度方向不在同一直线上时，物体做曲线运动。

向斜上方抛出的石子，它所受重力的方向与速度的方向不在同一条直线上，它做曲线运动；人造卫星绕地球运行，地球对它的引力与速度方向不在同一条直线上，卫星做曲线运动。

根据牛顿第二定律，物体加速度的方向与它受力的方向总是一致的。当物体受力的方向与它的速度方向不在同一条直线上时，加速度的方向也就与速度方向不一致了，于是物体的速度方向要发生变化，物体就做曲线运动。

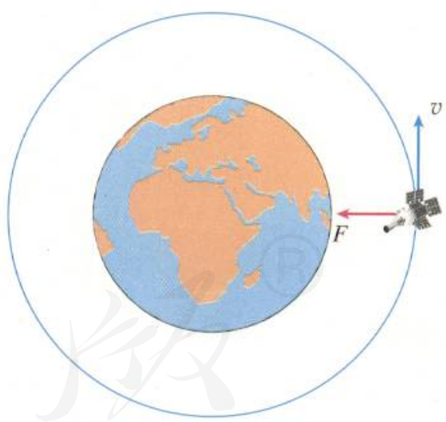


图5.1-12 地球对卫星的引力与速度方向不在同一条直线上

本节前面对曲线运动的位移和速度的研究是运动学的内容；而这里关于物体做曲线运动的条件的研究则是动力学的内容。

问题与练习

1. 一个质点从平面直角坐标系的原点开始运动并开始计时。它在 t_1 时刻到达 $x_1 = 2.0\ \text{m}$、$y_1 = 1.5\ \text{m}$ 的位置；在 t_2 时刻到达 $x_2 = 3.6\ \text{m}$、$y_2 = 4.8\ \text{m}$ 的位置。作草图表示质点在 $0 \sim t_1$ 和 $0 \sim t_2$ 时间内发生的位移 l_1 和 l_2，然后计算它们的大小及它们与 x 轴的夹角 θ_1 和 θ_2。

2. 在许多情况下，跳伞员跳伞后最初一段时间降落伞并不张开，跳伞员做加速运动。随后，降落伞张开，跳伞员做减速运动（图5.1-13）。速度降至一定值后便不再降低，跳伞员以这一速度做匀速运动，直至落地。无风时某跳伞员竖直下落，着地时速度是 5 m/s。现在有风，风使他以 4 m/s的速度沿水平方向向东运动。他将以多大速度着地？计算并画图说明。


图5.1-13

3. 跳水运动是一项难度很大又极具观赏性的运动，我国运动员多次在国际跳水赛上摘金夺银，被誉为跳水“梦之队”。图5.1-14是一位跳水运动员高台跳水时头部的运动轨迹，最后运动员沿竖直方向以速度 v 入水。整个运动过程中，在哪几个位置头部的速度方向与入水时 v 的方向相同？在哪几个位置与 v 的方向相反？在图中标出这些位置。

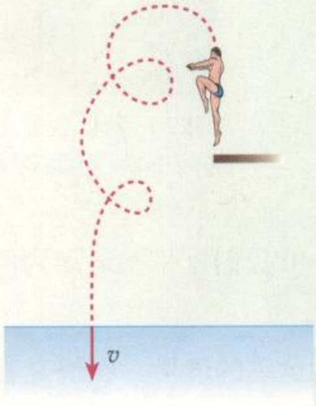


图5.1-14 某跳水运动员头部的运动轨迹

4. 汽车以恒定的速率绕圆形广场一周用时 2 min，每行驶半周，速度方向改变多少度？汽车每行驶 10 s，速度方向改变多少度？先作一个圆表示汽车运动的轨迹，然后作出汽车在相隔 10 s 的两个位置速度矢量的示意图。

5. 一个物体的速度方向如图5.1-15中 v 所示。从位置 A 开始，它受到向前但偏右（观察者沿着物体前进的方向看，下同）的合力。到达 B 时，这个合力的方向突然变得与前进方向相同。达到 C 时，又突然改为向前但偏左的力。物体最终到达 D。请你大致画出物体由 A 至 D 的运动轨迹，并标出 B 点、C 点和 D 点。

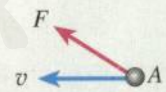


图5.1-15 大致画出物体的运动轨迹

2 平抛运动

以一定的速度将物体抛出，如果物体只受重力的作用，这时的运动叫做**抛体运动**（**projectile motion**）；抛体运动开始时的速度叫做**初速度**（**initial velocity**）。如果初速度是沿水平方向的，这个运动叫做**平抛运动**。以一定速度从水平桌面上滑落的物体、运动员水平扣出的排球、水平管中喷出的水流等，在空气阻力可以忽略的情况下，它们的运动都可以看做平抛运动。


图5.2-1 垒球、铁饼、标枪被投掷后在空中的运动可以看做抛体运动

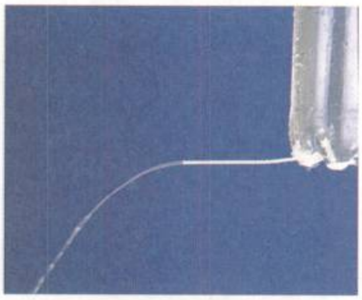


图5.2-2 喷出的水柱显示了平抛运动的轨迹

这一节我们以平抛运动为例，进一步了解研究曲线运动的方法。

平抛运动的速度 在研究直线运动时，我们已经认识到，为了得到物体的速度与时间的关系，要先分析物体受到的力，由合力求出物体的加速度，进而得到物体的速度。关于平抛运动，我们仍然遵循这样的思路，只是要在相互垂直的两个方向上分别研究。

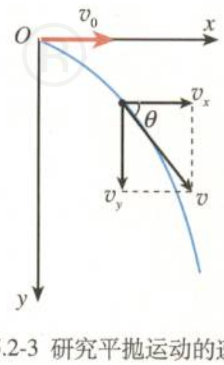


图5.2-3 研究平抛运动的速度

以物体被抛出的位置为原点，以初速度 v_0 的方向为 x 轴的方向、竖直向下的方向为 y 轴的方向，建立平面直角坐标系（图 5.2-3）。

由于物体受到的重力是竖直向下的，它在 x 方向的分力是 0，所以物体在 x 方向的加速度是 0；又由于物体在 x 方向的分速度 v_x 在运动开始的时候是 v_0，所以它将保持 v_0 不变，与时间 t 无关，即在整个运动过程中始终有

$$v_x = v_0 \tag{1}$$

在 y 方向，由于物体受到的重力是沿着 y 轴的，所以重力在 y 方向的分力等于 mg。以 a 表示物体在 y 方向的加速度，应用牛顿第二定律得到 $mg = ma$，由此知道 $a = g$，即物体在竖直方向的加速度总是等于自由落体加速度。

物体的初速度 v_0 沿 x 方向，它在 y 方向的分速度是 0，所以物体在 y 方向的分速度 v_y 与时间 t 的关系是

$$v_y = gt \tag{2}$$

从图 5.2-3 可以看出，代表速度矢量 v 和它的两个分矢量 v_x、v_y 的三个箭头正好构成一个矩形的对角线和一对邻边。由勾股定理可知

(2)式应用了过去的公式 $v = v_0 + at$。式中的 v_0 与本节的 v_0 并不相等。

$$v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}} = \sqrt{v_0^{\,2} + g^2t^2} \tag{3}$$

这个式子表示，抛体在下落过程中速度 v 越来越大，这与日常经验是一致的。

速度的方向可以由图 5.2-3 中代表速度矢量 v 的箭头与 x 轴正方向的夹角 θ 来表示。在这个图中，θ 是一个直角三角形的锐角，它的正切等于对边与邻边之比，即

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0} \tag{4}$$

这个式子表示，速度 v 在抛体下落的过程中与水平方向夹角的正切越来越大。对于锐角来说，角越大，它的正切也就越大，所以（4）式告诉我们，随着抛体的下落，角 θ 越来越大。也就是说，抛体下落的方向越来越接近竖直向下的方向。这也与日常经验一致。

计算出 $\tan\theta$ 的值以后，如果有需要，可以利用三角函数表或其他方法查出角 θ 的值。

例题 1 将一个物体以 10 m/s 的速度从 10 m 的高度水平抛出，落地时它的速度方向与地面的夹角 θ 是多少（不计空气阻力，取 $g = 10\ \text{m/s}^2$）？

分析 按题意作图 5.2-4。物体在水平方向不受力，所以加速度的水平分量为 0，水平方向的分速度总等于初速度 $v_0 = 10$ m/s；在竖直方向的加速度为 g，初速度的竖直分量为 0，可以应用匀变速运动的规律求出竖直方向的分速度。

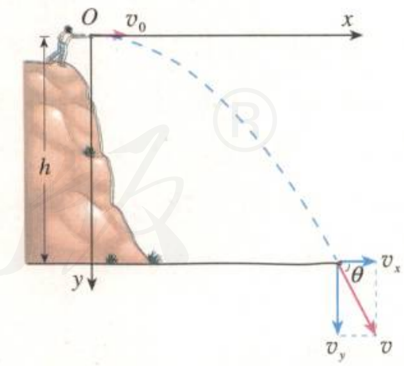


图 5.2-4 求出落地时 x、y 两个方向的速度，就能得到 $\tan\theta$，进而求出 θ。

解 以抛出时物体的位置为原点建立直角坐标系，x 轴沿初速度方向，y 轴竖直向下。

落地时，物体在水平方向的分速度是

$$v_x = v_0 = 10\ \text{m/s}$$

根据匀变速运动的规律，落地时物体在竖直方向的分速度 v_y 满足以下关系

$$v_y^2 - 0 = 2gh$$

由此解出

$$v_y = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10}\ \text{m/s} = 14.1\ \text{m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{14.1}{10} = 1.41$$

通过查找数学用表或其他方法找到与 1.41 最接近的正切值，得到与之对应的角

$$\theta = 55^\circ$$

物体落地时速度与地面的夹角是 55°。

平抛运动的位移 物体被抛出后，它对于抛出点 O 的位移 l（图 5.1-1）的大小、方向都在变化。这种情况下我们就要分别研究它在两个坐标轴上的分位移 x 和 y。通过前面的讨论我们已经知道平抛运动中 $v_x = v_0$，这意味着，假如一个物体在沿 x 轴以恒定的速度 v_0 运动，它的运动规律就代表了做平抛运动的物体在 x 方向的分位移的变化规律。这个规律正是匀速运动的规律。根据匀速运动的位移与时间的关系，我们得知，做平抛运动的物体的横坐标与时间的关系是

$$x = v_0 t \tag{5}$$

与此相似，假如一个物体在沿 y 轴以 $v_y = gt$ 的规律运动，它的运动规律就代表了做平抛运动的物体在 y 方向的分位移的变化规律，而 $v_y = gt$ 正表示一个质点从静止开始在以加速度 g 做匀加速运动。根据匀加速运动的知识，可知做平抛运动的物体的纵坐标与时间的关系是

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \tag{6}$$

如果需要知道物体对于抛出点的位移，应该怎样计算？

(1)(2)(5)(6) 几个式子描述了做平抛运动的物体的运动规律。我们可以形象地说明它们与这个物体的运动的关系。如图5.2-5，两束光分别沿着与坐标轴平行的方向照射物体 A，在两个坐标轴上留下了物体的两个“影子”。“影子”的位移和速度描述了物体 A 在 x、y 两个方向的运动。

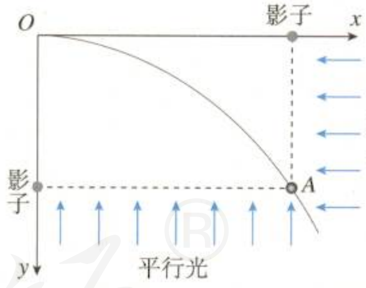


图5.2-5 两个“影子”描述了物体在 x、y 两个方向的运动规律

做一做

如图 5.2-6，用小锤打击弹性金属片后，A 球沿水平方向抛出，同时 B 球被松开，自由下落。A、B 两球同时开始运动。

观察两球哪个先落地。

改变小球距地面的高度和打击的力度，重复这个实验。

实验现象说明了什么问题？

实验时，也可以用耳朵“听”来判断两球落地时刻的先后。

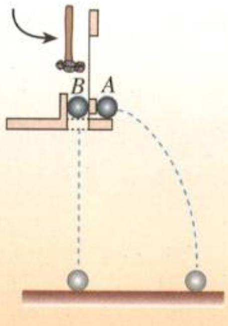


图 5.2-6 观察两球落地的先后

例题2 从本节（5）（6）两式出发，讨论做平抛运动的物体的运动轨迹。

式中 k、a、b、c 都是与 x、y 无关的常量。

分析 根据初中学过的数学知识，一条平面曲线可以用 x、y 之间的一个关系式来描述。例如，$y = kx + b$ 代表一条直线、$y = ax + bx + c$ 代表一条抛物线（图 5.2-7）。因此，要想知道物体被抛出后沿着什么样的曲线运动，也就是要想知道物体的运动轨迹，就要知道描述物体位置的两个变量 x、y 之间的关系式。

本节（5）（6）两式给出了 x、y 的表达式，如果从中消去时间 t，就能得到所需的 x、y 之间的关系式了。

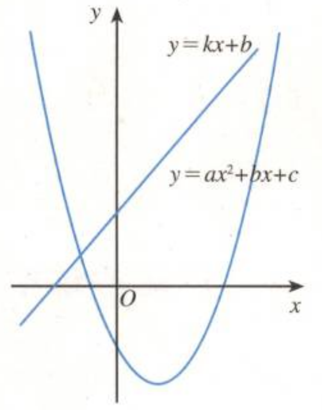


图5.2-7 直角坐标系中的曲线可以用包含 x、y 两个变量的关系式来描述

解 从（5）式解出 $t = \dfrac{x}{v_0}$，代入（6）式，得到

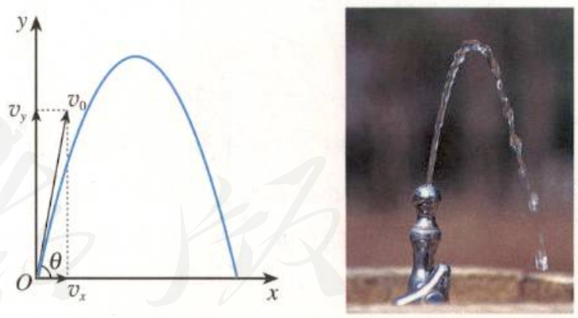
$$y = \frac{g}{2{v_0}^2}x^2 \qquad (7)$$

在这个式子中，自由落体加速度 g、抛体的初速度 v_0 都是不随时间变化的常量，也就是说，$\dfrac{g}{2{v_0}^2}$ 这个量与 x、y 无关，因此（7）式具有 $y = ax^2$ 的形式。根据初中数学知识我们得知，它代表一条抛物线。

平抛运动的轨迹是一条**抛物线**（**parabola**）。数学中把二次函数的图线叫做抛物线，这个名称就是由抛体运动得来的。

一般的抛体运动 如果物体被抛出时的速度 v_0 不沿水平方向，而是斜向上方或斜向下方（这种情况常称为斜抛），它的受力情况与平抛运动完全相同：在水平方向不受力，加速度是 0；在竖直方向只受重力，加速度是 g。

但是，斜抛运动沿水平方向和竖直方向的初速度与平抛不同，分别是 $v_x = v_0\cos\theta$ 和 $v_y = v_0\sin\theta$。仿照平抛运动的处理方法也能得到描述斜抛物体运动的几个关系式。图 5.2-8 甲是根据这一规律描绘出的斜抛运动的轨迹。



甲 斜抛物体的轨迹　　乙 喷出的水做斜抛运动

图 5.2-8 斜抛运动

说一说

1. 尝试导出表达图5.2-8 甲所示斜抛物体运动轨迹的关系式。讨论这个关系式中物理量之间的关系，看看能够得出哪些结论。

2. 以上讨论都有一个前提，即空气的阻力可以忽略。如果速度不大，例如用手抛出一个石块，这样处理的误差不大。但是物体在空气中运动时，速度越大，阻力也越大，所以，研究炮弹的运动时就不能忽略空气的阻力。根据你的推测，炮弹运动的实际轨迹大致是怎样的？

问题与练习

1. 一条水平放置的水管，横截面积 $S = 2.0\ \mathrm{cm}^2$，距地面高 $h = 1.8\ \mathrm{m}$。水从管口以不变的速度源源不断地沿水平方向射出，水落地的位置到管口的水平距离是 0.9 m。问：每秒内从管口流出的水有多大体积？计算时设管口横截面上各处水的速度都相同，自由落体加速度取 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$，不计空气阻力。

2. 某卡车在限速 60 km/h 的公路上与路旁障碍物相撞。处理事故的警察在泥地中发现了一个小的金属物体，可以判断，它是事故发生时车顶上一个松脱的零件被抛出而陷在泥里的。警察测得这个零件在事故发生时的原位置与陷落点的水平距离为 13.3 m，车顶距泥地的竖直高度为 2.45 m。请你根据这些数据为该车是否超速提供证据。

3. 如图 5.2-9，在水平桌面上用练习本做成一个斜面，使小钢球从斜面上某一位置滚下，钢球沿桌面飞出后做平抛运动。怎样用一把刻度尺测量钢珠在水平桌面上运动的速度？说出测量步骤，写出用所测的物理量表达速度的计算式。

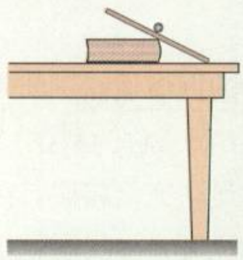


图 5.2-9 测量小球的速度

4. 某个质量为 m 的物体在从静止开始下落的过程中，除了重力之外还受到水平方向的大小、方向都不变的力 F 的作用。

(1) 求它在时刻 t 的水平分速度和竖直分速度。

(2) 建立适当的坐标系，写出这个坐标系中代表物体运动轨迹的 x、y 之间的关系式。这个物体在沿什么样的轨迹运动？

3 实验：研究平抛运动

在这个实验中，我们首先设法描绘某物体做平抛运动的轨迹，然后通过这个轨迹研究平抛运动的特点。怎样描出平抛运动的轨迹？后面提供了几种方法供同学们选择。现在假定已经用某种方法得到了一个物体做平抛运动的轨迹（图5.3-1），我们看一看可以进行哪些研究。

1. 判断平抛运动的轨迹是不是抛物线

在x轴上作出等距离的几个点A_1，A_2，A_3，…，把线段OA_1的长度记为l，那么$OA_2=2l$，$OA_3=3l$，…。由A_1，A_2，A_3，…向下作垂线，垂线与抛体轨迹的交点记为M_1，M_2，M_3，…。如果轨迹的确是一条抛物线，M_1，M_2，M_3，…各点的y坐标与x坐标间的关系应该具有$y=ax^2$的形式（a是一个待定的常量）。

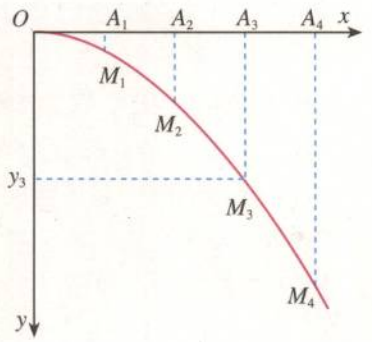


图5.3-1 某物体做平抛运动的轨迹

假定某位同学实验得到的平抛运动的轨迹就是图5.3-1所示的曲线。用刻度尺测量某点的x、y两个坐标，例如M_3的坐标为$x=2.8$ cm，$y=1.9$ cm，代入$y=ax^2$中求出常量$a=0.24$（可以不写单位），于是知道了代表这个轨迹的一个可能的关系式$y=0.24x^2$。

测量其他几个点的x、y坐标。怎样通过这些测量值来判断这条曲线是否真的是一条抛物线？

2. 计算平抛物体的初速度

在后面案例介绍的几种方法中，如果要求不太高，可以忽略空气阻力的作用。这样，抛体在竖直方向只受到重力的作用，因此它的加速度是常量，等于g。它的y坐标的变化符合匀加速运动的规律：$y=\dfrac{1}{2}gt^2$。于是，在实验得到的平抛运动轨迹图中，测量某点的纵坐标，例如M_3点的纵坐标y_3（图5.3-1），根据这个数据就可以算出抛体下落到这点所用的时间t_3。为了得到抛体的初速度，还需测量什么量？进行怎样的计算？

> 想一想，利用所绘的平抛运动的轨迹还能进行什么研究？

以下参考案例介绍了描绘平抛物体运动轨迹的几种方法，供选择。同学们也可以根据自己的器材设计别的方法。

参考案例一

利用实验室的斜面小槽等器材装配图 5.3-2 所示的装置。钢球从斜槽上滚下，冲过水平槽飞出后做平抛运动。每次都使钢球在斜槽上同一位置滚下，钢球在空中做平抛运动的轨迹就是一定的。设法用铅笔描出小球经过的位置。通过多次实验，在竖直白纸上记录钢球所经过的多个位置，连起来就得到钢球做平抛运动的轨迹。

可以把笔尖放在小球可能经过的位置，如果小球能够碰到笔尖，就说明位置找对了。

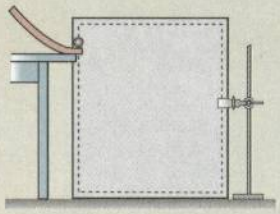


图 5.3-2 钢球做平抛运动的实验装置

参考案例二

如图 5.3-3，倒置的饮料瓶内装着水，瓶塞内插着两根两端开口的细管，其中一根弯成水平，且水平端加接一段更细的硬管作为喷嘴。

水从喷嘴中射出，在空中形成弯曲的细水柱，它显示了平抛运动的轨迹。设法把它描在背后的纸上就能进行分析处理了。

插入瓶中的另一根细管的作用，是保持从喷嘴射出水流的速度，使其不随瓶内水面的下降而减小。这是因为该管上端与空气相通，A处水的压强始终等于大气压，不受瓶内水面高低的影响。因此，在水面降到 A 处以前的一段时间内，可以得到稳定的细水柱。

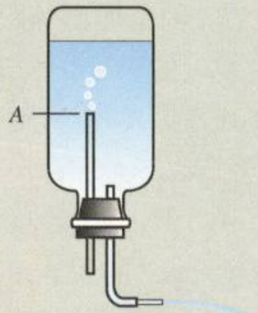


图 5.3-3 水平喷出的细水柱显示平抛运动轨迹

参考案例三

用数码照相机或数码摄像机记录平抛运动的轨迹。

数码照相机大多具有摄像功能，每秒拍摄十几帧至几十帧照片。可以用它拍摄小球从水平桌面飞出后做平抛运动的几张连续照片。如果用数学课上画函数图象的方格黑板做背景，就可以根据照片上小球的位置在方格纸上画出小球的轨迹。

做一做

用传感器和计算机可以方便地描出做平抛运动的物体的轨迹。

一种设计原理如图 5.3-4 所示。物体 A 在做平抛运动，它能够在竖直平面内向各个方向同时发射超声波脉冲和红外线脉冲。在它运动的平面内安放着超声—红外接收装置 B。B 盒装有 B_1、B_2 两个超声—红外接收器，并与计算机相联。B_1、B_2 各自测出收到超声脉冲和红外脉冲的时间差，并由此算出它们各自与物体 A 的距离①。从图 5.3-4 可以看出，在这两个距离确定之后，由于 B_1、B_2 两点的距离是已知的，所以物体 A 的位置也就惟一地确定下来了。计算机可以即时给出 A 的坐标。

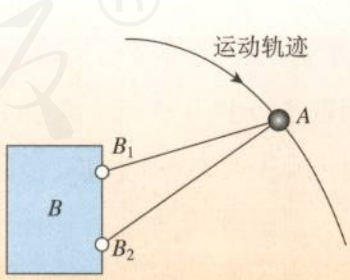


图 5.3-4 用传感器和计算机研究平抛运动的原理图

① 工作原理可以参考《物理必修 1》第一章第 4 节“借助传感器用计算机测速度”的内容。

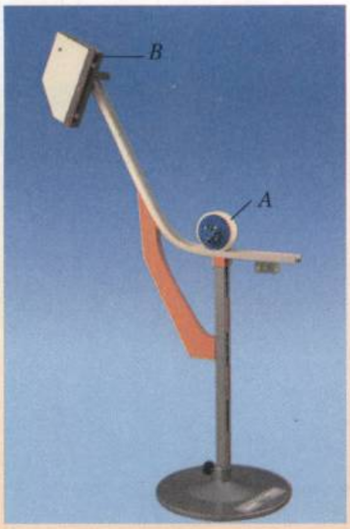


图 5.3-5 用传感器和计算机研究平抛运动的装置

图 5.3-5 是按这样的原理制作的一种实验装置（超声—红外接收装置 B 的安装位置与原理图 5.3-4 不同）。图 5.3-6 是某次实验中计算机描出的平抛运动的轨迹。除此之外，计算机还能直接给出平抛运动的初速度等其他物理量。

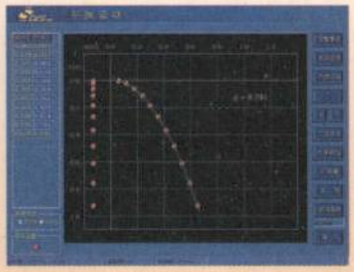


图 5.3-6 计算机描绘的平抛运动的轨迹

二维运动传感器，即发射器 A 和接收器 B，还可以用来进行许多有关曲线运动的实验，同学们不妨自己想一想、试一试。

问题与练习

1. 某同学设计了一个探究平抛运动特点的家庭实验装置，如图5.3-7。在水平桌面上放置一个斜面，每次都让钢球从斜面上的同一位置滚下，滚过桌边后钢球便做平抛运动。在钢球抛出后经过的地方水平放置一块木板（还有一个用来调节木板高度的支架，图中未画），木板上放一张白纸，白纸上有复写纸，这样便能记录钢球在白纸上的落点。桌子边缘钢球经过的地方挂一条铅垂线。

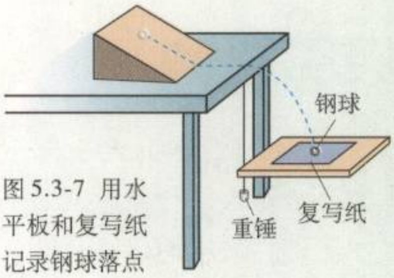


图 5.3-7 用水平板和复写纸记录钢球落点

已知平抛运动在竖直方向上的运动规律与自由落体运动相同，在此前提下，怎样探究钢球水平分速度的特点？请指出需要的器材，说明实验步骤。

2. 某同学为了省去图5.3-7中的水平木板，把第1题中的实验方案做了改变。他把桌子搬到墙的附近，使从水平桌面上滚下的钢球能打在墙上，把白纸和复写纸附在墙上，记录钢球的落点。改变桌子和墙的距离，就可以得到多组数据。
如果采用这种方案，应该怎样处理数据？

3. 某同学使小球沿课桌面水平飞出，用数码照相机拍摄小球做平抛运动的录像（每秒15帧照片），并将小球运动的照片打印出来。请问：他大约可以得到几帧小球正在空中运动的照片？

4 圆周运动

物体沿着圆周的运动是一种常见的运动。日常生活中，电风扇工作时叶片上的点、时钟指针的尖端、田径场弯道上赛跑的运动员等，都在做圆周运动。科学研究中，大到地球绕太阳的运动，小到电子绕原子核的运动，也常用圆周运动的规律来讨论。

图 5.4-1 圆周运动是一种常见的运动

图 5.4-2 自行车的大齿轮、小齿轮、后轮中的质点都在做圆周运动。哪些点运动得更快些？

思考与讨论

如图5.4-2，自行车的大齿轮、小齿轮、后轮是相互关联的三个转动部分。如果以自行车架为参考系，行驶时，这三个轮子上各点在做圆周运动。那么，哪些点运动得更快些？也许它们运动得一样快？

线速度 在上面的讨论中，同学们一定出现了不同意见。为什么会有不同意见？因为到目前为止，关于圆周运动，还没有大家认可的描述方法。

圆周运动的快慢可以用物体通过的弧长与所用时间的比值来量度。例如在图5.4-3中，物体沿圆弧由 M 向 N 运动，某时刻 t 经过 A 点。为了描述物体经过 A 点附近时运动的快慢，可以取一段很短的时间 Δt，物体在这段时间内由 A 运动到 B，通过的弧长为 Δs。比值 $\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ 反映了物体运动的快慢，叫做**线速度**（**linear velocity**），用 v 表示，即

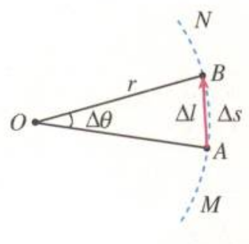


图 5.4-3 物体在 Δt 时间内沿圆弧由 A 运动到 B

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1}$$

线速度也有平均值与瞬时值之分。如果所取的时间间隔很小很小，这样得到的就是瞬

时线速度。

还有一点应该注意。当 Δt 足够小时，圆弧 AB 几乎成了直线，弧 AB 与线段 AB 几乎没有差别，此时，弧长 Δs 也就是物体由 A 到 B 的位移 Δl。因此，这里的 v 实际上就是我们在直线运动中已经学过的瞬时速度，不过现在用来描述圆周运动而已。为了区别于下面将要学习的角速度，命名时在速度的前面加了一个“线”字。

线速度是矢量，图5.4-3 中物体在 A 点的线速度的方向就是位移 AB 的方向。显然，当 Δt 很小时，这个方向与半径 OA 垂直，即与圆弧相切。前面曾讲到曲线运动速度的方向与轨迹相切，这里的结论是与前面一致的。

如果物体沿着圆周运动，并且线速度的大小处处相等，这种运动叫做**匀速圆周运动**(**uniform circular motion**)。应该注意的是，匀速圆周运动的线速度方向是在时刻变化的，因此它仍是一种变速运动，这里的“匀速”是指速率不变。

角速度 物体做圆周运动的快慢还可以用它与圆心连线扫过角度的快慢来描述。

如图5.4-3，物体在 Δt 时间内由 A 运动到 B，半径 OA 在这段时间内转过的角为 $\Delta\theta$。它与所用时间 Δt 的比值，描述了物体绕圆心转动的快慢，这个比值叫做**角速度**(**angular velocity**)，用符号 ω 表示

角速度也是矢量，不过中学物理不讨论角速度方向的问题。

$$\boxed{\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \tag{2}$$

角速度的单位 角速度的单位由角的单位和时间的单位决定。在国际单位制中，时间的单位是秒。提到角的单位，大家自然会想到“度”，然而在国际单位制中，角的量度使用另一个单位——弧度。

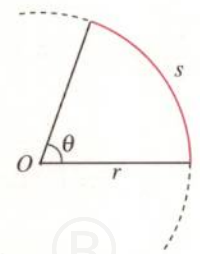


图 5.4-4 弧长与半径的比值可以用来量度角的大小，单位是弧度。

如图5.4-4，圆心角 θ 越大，它所对的圆弧的弧长 s 越长，二者成正比。因此可以用弧长与半径的比值表示角的大小。例如，弧长是 0.12 m，半径是 0.1 m，那么

$$\theta=\frac{0.12\ \text{m}}{0.1\ \text{m}}=1.2$$

弧长与半径的单位都是米，在计算二者之比时要消掉。为了表达的方便，我们“给” θ 一个单位：**弧度**(**radian**)，用符号 **rad** 表示。这样，上面计算得到的角 θ 就是 1.2 弧度，记为 $\theta=1.2$ rad。

对于 360° 周角，用弧度表示是多少？

半径为 r 的整个圆周长是 $2\pi r$，它与半径之比就是用弧度表示的周角

$$\frac{2\pi r}{r}=2\pi$$

在用弧度表示角时，经常出现字母 π。要注意，π 不是单位符号，而是一个数字——圆周率 3.14…，所用的单位仍是弧度。

即周角是 2π 弧度。由此推知，平角是 π 弧度、直角是 $\frac{\pi}{2}$ 弧度……

“弧度”不是通常意义上的单位，所以，带单位计算时，不要把“rad”或“弧度”写到算式中。这时角速度的单位应该写为 s^{-1}。

在国际单位制中以弧度量度角、以秒量度时间，所以角速度的单位是**弧度每秒**，符号是 **rad/s** 或 s^{-1}。

由于匀速圆周运动是线速度大小不变的运动，物体单位时间通过的弧长相等，所以物体在单位时间转过的角也相等。因此可以说，匀速圆周运动是角速度不变的圆周运动。

技术中常用转速来描述转动物体上质点做圆周运动的快慢。转速是指物体单位时间所转过的圈数，常用符号 n 表示，转速的单位为**转每秒**（r/s），或**转每分**(r/min)。

r/s和r/min都不是国际单位制中的单位，运算时往往要把它们换算成弧度每秒。

做匀速圆周运动的物体，转过一周所用的时间叫做**周期**(**period**)，用 T 表示。周期也是常用的物理量，它的单位与时间的单位相同。

思考与讨论

砂轮转动时，砂轮上各个砂粒的线速度是否相等？角速度是否相等？

线速度与角速度的关系 线速度的大小描述了做圆周运动的物体通过弧长的快慢，角速度的大小描述了物体与圆心连线扫过角度的快慢。它们之间有什么关系？

在图5.4-3中，设物体做圆周运动的半径为 r，由 A 运动到 B 的时间为 Δt，AB 弧长为 Δs，AB 弧对应的圆心角为 $\Delta\theta$。当 $\Delta\theta$ 以弧度为单位时，$\Delta\theta=\frac{\Delta s}{r}$，即

$$\Delta s = r\Delta\theta$$

由于 $\Delta s = v\Delta t$，$\Delta\theta=\omega\Delta t$，代入上式后得到

$$\boxed{v=\omega r} \tag{3}$$

这表明，**在圆周运动中，线速度的大小等于角速度大小与半径的乘积。**

问题与练习

1. 地球可以看做一个半径为 6.4×10^3 km 的球体，北京的纬度约为 $40°$。位于赤道和位于北京的两个物体，随地球自转做匀速圆周运动的角速度各是多大？线速度各是多大？

2. 某只走时准确的时钟，分针与时针由转动轴到针尖的长度之比是1.2∶1。

(1) 分针与时针的角速度之比等于多少？

(2) 分针针尖与时针针尖的线速度之比等于多少？

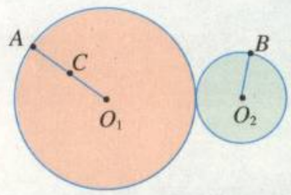


图5.4-5 讨论A、B、C三点的线速度、角速度、半径的关系。

3. 图5.4-5中，A、B两点分别位于大、小轮的边缘上，C点位于大轮半径的中点，大轮的半径是小轮的2倍，它们之间靠摩擦传动，接触面上没有滑动。请在该装置的A、B、C三个点中选择有关的两个点，说明公式$v=\omega r$的以下三种变量关系：

(1) v相等，ω跟r成反比；

(2) ω相等，v跟r成正比；

(3) r相等，v跟ω成正比。

4. 图5.4-6是自行车传动机构的示意图。假设脚踏板每2 s转1圈，要知道在这种情况下自行车前进的速度有多大，还需要测量哪些量？请在图中用字母标注出来，并用这些量导出自行车前进速度的表达式。

用自行车实际测量这些数据，计算前进速度的大小，然后实测自行车的速度。对比一下，差别有多大？

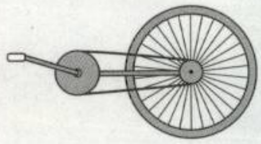


图5.4-6 自行车的传动机构

5. 家用台式计算机上的硬磁盘的磁道和扇区如图5.4-7所示。某台计算机上的硬磁盘共有9 216个磁道（即9 216个不同半径的同心圆），每个磁道分成8 192个扇区（每扇区为$\dfrac{1}{8\,192}$圆周），每个扇区可以记录512个字节。电动机使磁盘以7 200 r/min的转速匀速转动。磁头在读、写数据时是不动的，磁盘每转一圈，磁头沿半径方向跳动一个磁道。

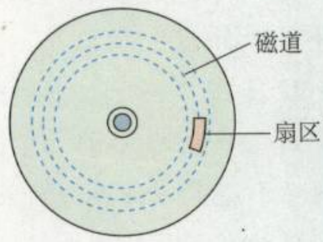


图5.4-7 磁盘的磁道和扇区

(1) 一个扇区通过磁头所用的时间是多少？

(2) 不计磁头转移磁道的时间，计算机1 s内最多可以从一个硬盘面上读取多少个字节？

5 向心加速度

思考与讨论

我们已经知道，如果物体不受力，它将处于静止状态或做匀速直线运动。我们还知道，力的作用效果之一是改变物体的运动状态，即改变物体速度的大小或(和)方向。所以，沿着圆周运动的物体一定受力。

那么，做匀速圆周运动的物体，它所受的力沿什么方向？考虑几个实例也许会受到启发。

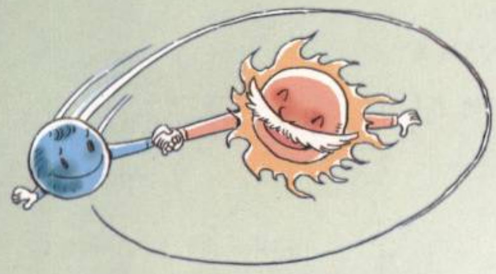


图5.5-1 地球受力沿什么方向？

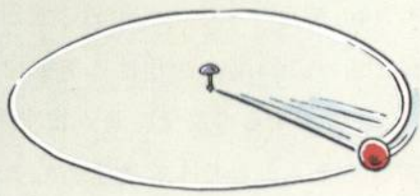


图5.5-2 小球所受合力沿什么方向？

例1：地球绕太阳做(近似的)匀速圆周运动。地球受到什么力的作用？这个力可能沿什么方向(图5.5-1)？

例2：光滑桌面上一个小球由于细线的牵引，绕桌面上的图钉做匀速圆周运动。小球受到几个力的作用？这几个力的合力沿什么方向(图5.5-2)？

同学们还可以仿此分析几个类似的匀速圆周运动实例。

本节研究的是物体做匀速圆周运动时的加速度，分析物体的受力情况有助于了解加速度的方向。

圆周运动，即使是匀速圆周运动，由于运动方向在不断改变，所以也是变速运动。既然是变速运动，就会有加速度。那么，物体的加速度指向哪个方向？在前面的实例中，物体所受的合力指向圆心，所以物体的加速度也指向圆心。

> 牛顿第二定律告诉我们，物体加速度的方向总与它受力的方向一致。
> 这个关系不仅对直线运动正确，对曲线运动同样正确。

在理论上，分析速度矢量方向的变化，可以得出普遍性的结论：**任何做匀速圆周运动的物体的加速度都指向圆心**。这个加速度叫做**向心加速度**(**centripetal acceleration**)。

通过进一步的分析，可以由 $a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ 导出向心加速度大小的表达式

$$a_n = \frac{v^2}{r} \tag{1}$$

把 $v=\omega r$ 代入，能够得到用角速度表示的向心加速度大小的表达式

$$a_n = \omega^2 r \tag{2}$$

做一做

探究向心加速度大小的表达式

我们尝试得出向心加速度大小的表达式，出发点是设法用 v、r 等物理量表示 $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ 中的 Δv。

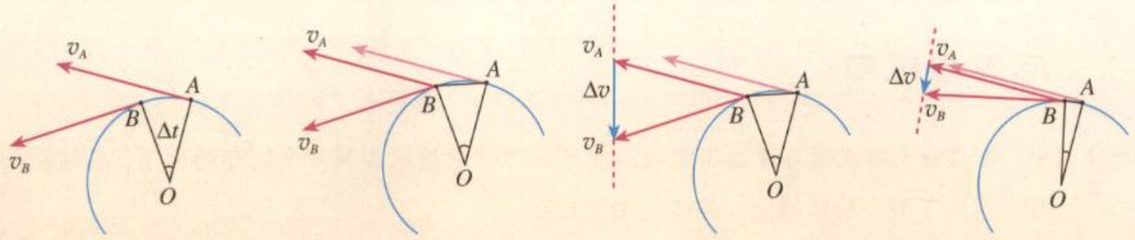


图 5.5-3 质点从 A 运动到 B 的速度变化量

在图 5.5-3 中，v_A、v_B 是时间间隔 Δt 前后的速度（图甲）。为了求出二者之差 $\Delta v = v_B - v_A$，我们移动 v_A，把它们的起点放在一起（图乙、图丙）。由于只有在 Δt 很小的时候 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ 才表示物体的加速度，所以实际上 A、B 两点相距很近（图丁）。找出三角形中几个量的关系就能求得 Δv。

运算过程中要注意以下几点。

①由于是匀速圆周运动，所以 v_A 和 v_B 的大小是一样的，可以用同一个字母 v 表示。

② v_A 和 v_B 的大小实际上就是图 5.5-3 中 v_A 和 v_B 的长度，解决几个物理量的关系，实际是找它们的几何关系。这也是物理学中常用的研究方法。

③如图 5.5-4，当角 θ 用弧度表示时，弧长 QP 可以表示为 $QP=r\theta$。当 θ 很小很小时，弧长与弦长没什么区别，所以此式也表示弦长。这个关系可以用来计算矢量 Δv 的长度。

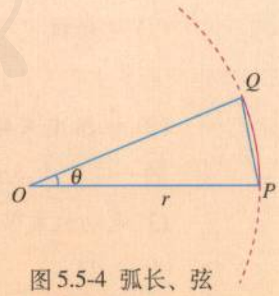


图 5.5-4 弧长、弦长与半径的关系

试一试！

思考与讨论

从公式 $a_n=\frac{v^2}{r}$ 看，向心加速度与圆周运动的半径成反比；从公式 $a_n=\omega^2 r$ 看，向心加速度与半径成正比。这两个结论是否矛盾？请从以下两个角度讨论这个问题。

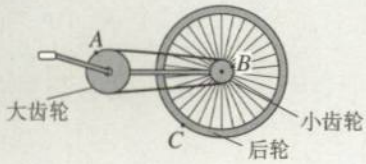


图5.5-5 哪两点适用于向心加速度与半径“成正比”，哪两点适用于“成反比”？

(1) 在 $y=kx$ 这个关系式中，说 y 与 x 成正比，前提是什么？

(2) 自行车的大齿轮、小齿轮、后轮三个轮子的半径不一样，它们的边缘有三个点 A、B、C。其中哪两点向心加速度的关系适用于“向心加速度与半径成正比”，哪两点适用于“向心加速度与半径成反比”？做出解释。

问题与练习

1. 甲、乙两物体都在做匀速圆周运动，关于以下四种情况各举一个实际的例子。在这四种情况下哪个物体的向心加速度比较大？

A. 它们的线速度相等，乙的半径小。

B. 它们的周期相等，甲的半径大。

C. 它们的角速度相等，乙的线速度小。

D. 它们的线速度相等，在相同时间内甲与圆心的连线扫过的角度比乙的大。

2. 月球绕地球公转的轨道接近圆，半径为 3.84×10^5 km，公转周期是 27.3 天。月球绕地球公转的向心加速度是多大？

3. 一部机器由电动机带动，机器上的皮带轮的半径是电动机皮带轮半径的 3 倍（图 5.5-6），皮带与两轮之间不发生滑动。已知机器皮带轮边缘上一点的向心加速度为 0.10 m/s^2。

(1) 电动机皮带轮与机器皮带轮的转速比 $n_1:n_2$ 是多少？

(2) 机器皮带轮上 A 点到转轴的距离为轮半径的一半，A 点的向心加速度是多少？

(3) 电动机皮带轮边缘上某点的向心加速度是多少？

图 5.5-6 皮带传动

4. A、B 两艘快艇在湖面上做匀速圆周运动，在相同的时间内，它们通过的路程之比是 4 : 3，运动方向改变的角度之比是 3 : 2，它们的向心加速度之比是多少？

6 向心力

向心力 做圆周运动的物体为什么不沿直线飞去而沿着一个圆周运动？那是因为它受到了力的作用。用手抡一个被绳系着的物体，它能做圆周运动，是因为绳子对它的力在拉着它。月球绕地球转动，是地球对月球的引力在“拉”着它。

做匀速圆周运动的物体具有向心加速度。根据牛顿第二定律，产生向心加速度的原因一定是物体受到了指向圆心的合力。这个合力叫做**向心力**(**centripetal force**)。

把向心加速度的表达式代入牛顿第二定律，可得向心力的表达式

$$F_n = m\frac{v^2}{r} \tag{1}$$

或者

$$F_n = m\omega^2 r \tag{2}$$

实验

用圆锥摆粗略验证向心力的表达式

细线下面悬挂一个钢球，细线上端固定在铁架台上。将画着几个同心圆的白纸置于水平桌面上，使钢球静止时正好位于圆心。用手带动钢球，设法使它沿纸上的某个圆周运动(图 5.6-1)。

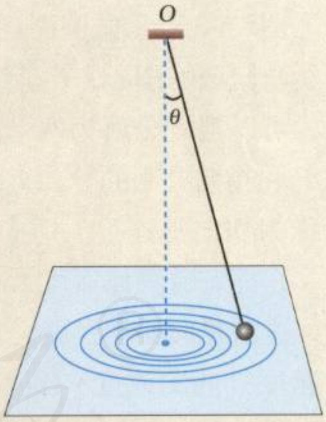


图 5.6-1 用圆锥摆验证向心力的表达式

用秒表或手表记录钢球运动若干圈的时间，再通过纸上的圆测出钢球做匀速圆周运动的半径，这样就能算出钢球的线速度。钢球的质量可以由天平测出。于是，用(1)式就能算出钢球所受的向心力。

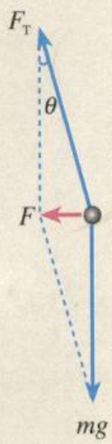


图5.6-2 从另一方面计算钢球受到的向心力

我们再从另一方面计算钢球所受的向心力。

钢球在水平面内做匀速圆周运动时，受到重力 mg 和细线拉力 F_T 的作用(图5.6-2)，它们的合力为 F。由图中看出，$F = mg\tan\theta$。$\tan\theta$ 值能通过以下测量和计算得到：在图5.6-1中，测出圆半径 r 和小球距悬点的竖直高度 h，两者之比就是 $\tan\theta$。用天平测得钢球质量后，合力 F 的值也就得到了。

由于小球运动时距纸面有一定高度，所以它距悬点的竖直高度 h 并不等于纸面距悬

点的高度。这点差别可以通过估算解决。此外，测量小球距悬点的竖直高度时，要以小球的球心为准。

比较两个方法得到的向心力，对你的实验的可靠性做出评估。

应该强调的是，向心力并不是像重力、弹力、摩擦力那样作为具有某种性质的力来命名的。它是根据力的作用效果命名的。凡是产生向心加速度的力，不管属于哪种性质，都是向心力。对此，我们在以上圆锥摆实验中已经有了初步的体会。

如果说圆锥摆的摆球受到了重力、绳的拉力、向心力这样三个力的作用，那就错了。实际上，它只受重力和绳的拉力，是这两个力的合力**起到了向心力的作用**。

变速圆周运动和一般的曲线运动 在本节后面“做一做”的实验中，我们可以改变抡绳子的方式来调节沙袋速度的大小。这就带来一个疑问：难道向心力可以改变速度的大小吗？链球运动员投掷时也有类似情况。仔细观察别人的操作，再琢磨自己的动作就能发现，我们使沙袋加速时，绳子牵引沙袋的方向并不与沙袋运动的方向完全垂直。也就是说，沙袋加速时，它所受的力并不严格通过运动轨迹的圆心。

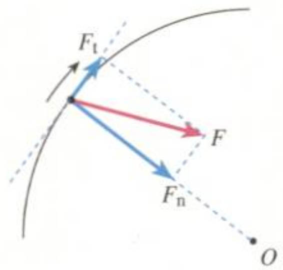


图 5.6-3 做变速圆周运动的物体所受的力

图5.6-3 表示做圆周运动的沙袋正在加速的情况。O 是沙袋运动轨迹的圆心，F 是绳对沙袋的拉力。根据 F 产生的效果，可以把 F 分解为两个相互垂直的分力：跟圆周相切的分力 F_t 和指向圆心的分力 F_n。F_t 产生圆周切线方向的加速度，简称为切向加速度。切向加速度是与物体的速度方向一致的，它标志着物体速度大小的变化。F_n 产生指向圆心的加速度，这就是向心加速度，它始终与速度方向垂直，其表现就是速度方向的改变。仅有向心加速度的运动是匀速圆周运动，同时具有向心加速度和切向加速度的圆周运动就是变速圆周运动。

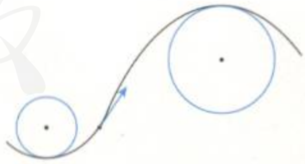


图 5.6-4 一般的曲线运动可以分为很多小段，每小段都可以看做圆周运动的一部分。

运动轨迹既不是直线也不是圆周的曲线运动，可以称为一般的曲线运动。尽管这时曲线各个位置的弯曲程度不一样，但在研究时，可以把这条曲线分割为许多很短的小段，质点在每小段的运动都可以看做圆周运动的一部分。这样，在分析质点经过曲线上某位置的运动时，就可以采用圆周运动的分析方法来处理了。

做一做

根据公式$F_n = m\dfrac{v^2}{r}$和$F_n = m\omega^2 r$，物体做匀速圆周运动时，当半径比较大的时候，向心力比较大还是比较小？上节课我们曾经从理论上对向心加速度做过类似的判断，也曾以自行车为例进行讨论，现在我们再通过实验来获得体验。

如图5.6-5甲，绳子的一端拴一个小沙袋或其他小物体，绳上离小沙袋重心40 cm的地方打一个绳结A，80 cm的地方打另一个绳结B。请一位同学帮助用手表计时。

操作一 手握绳结A，如图5.6-5乙，使沙袋在水平方向做匀速圆周运动，每秒运动1周。体会此时绳子拉力的大小。

操作二 改为手握绳结B，仍使沙袋在水平方向上每秒运动1周，体会此时绳子拉力的大小。

操作三 又改为手握绳结A，但使沙袋在水平方向上每秒运动2周，体会此时绳子拉力大小。

操作二与操作一相比，沙袋的角速度相同，但它的转动半径是操作一的2倍，你感到哪次的向心力比较大？

操作三与操作二相比，沙袋的线速度相同，但它的转动半径是操作二的一半，你感到哪次的向心力比较大？

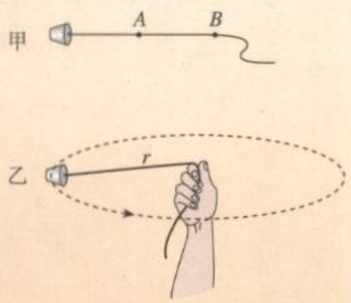


图5.6-5 感受向心力

说明：因为沙袋受到重力的作用，它的运动很像圆锥摆的运动，手所提供的力不完全是向心力。但这个实验对于体会与向心力相关的因素，还是很有意义的。

问题与练习

1. 地球的质量为6.0×10^{24} kg，地球与太阳的距离为1.5×10^{11} m。地球绕太阳的运动可以看做匀速圆周运动。太阳对地球的引力是多少？

2. 把一个小球放在玻璃漏斗中，晃动漏斗，可以使小球沿光滑的漏斗壁在某一水平面内做匀速圆周运动（图5.6-6）。小球的向心力是由什么力提供的？


图5.6-6 研究小球受到的向心力

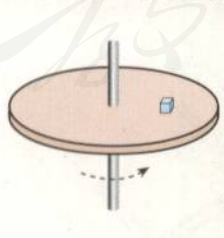


图5.6-7 求盘上小物体随盘做匀速圆周运动的向心力

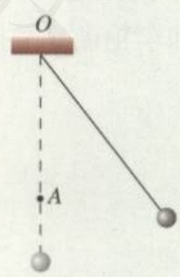


图5.6-8 为什么钉子越靠近小球，绳就越容易断？

3. 一个圆盘在水平面内匀速转动，角速度是4 rad/s。盘面上距圆盘中心0.10 m的位置有一个质量为0.10 kg的小物体在随圆盘一起做匀速圆周运动，如图5.6-7。

(1) 求小物体所受向心力的大小。

(2) 关于小物体所受的向心力，甲、乙两人有不同意见：甲认为这个向心力等于圆盘对小物体的静摩擦力，指向圆心；乙认为小物体有向前运动的趋势，静摩擦力方向和相对运动趋势方向相反，即向后，而不是与运动方向垂直，因此向心力不可能是静摩擦力。你的意见是什么？说明理由。

4. 如图5.6-8，细绳的一端固定于O点，另一端系一个小球，在O点的正下方钉一个钉子A，小球从一定高度摆下。经验告诉我们，当细绳与钉子相碰时，钉子的位置越靠近小球，绳就越容易断。请你利用向心力的知识解释这一现象。

5. 一辆汽车在水平公路上转弯，沿曲线由M向N行驶，速度逐渐减小。图5.6-9甲、乙、丙、丁分别画出了汽车转弯时所受合力F的四种方向，你认为正确的是哪个？

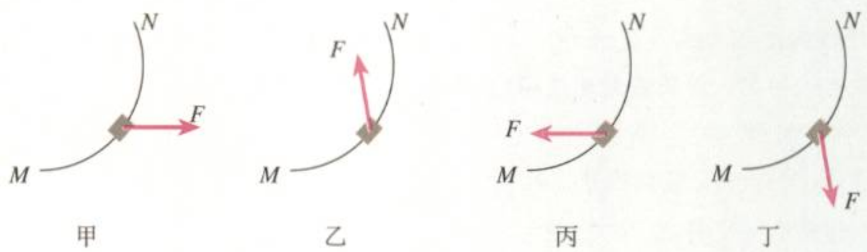


图5.6-9 哪个是正确的？

7 生活中的圆周运动

铁路的弯道 火车转弯时实际是在做圆周运动，因而具有向心加速度。是什么力使它产生向心加速度？原来，火车的车轮上有突出的轮缘(图5.7-1)，如果铁路弯道的内外轨一样高，外侧车轮的轮缘挤压外轨，使外轨发生弹性形变，外轨对轮缘的弹力就是火车转弯的向心力，见图5.7-2。但是，火车质量太大，靠这种办法得到向心力，轮缘与外轨间的相互作用力太大，铁轨和车轮极易受损。

图5.7-1 火车车轮有突出的轮缘

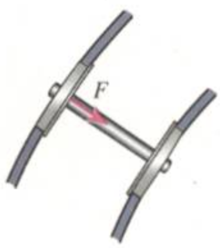


图5.7-2 如果两轨高度相同，外轨作用在轮缘上的力F是使火车转弯的向心力。

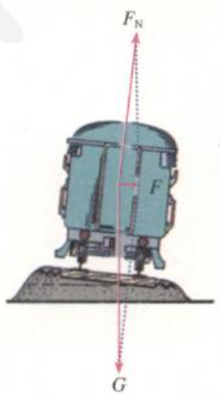


图5.7-3 外轨高于内轨时，重力G与支持力F_N的合力F是使火车转弯的向心力。

如果在弯道使外轨略高于内轨(图5.7-3)，火车转弯时铁轨对火车的支持力 F_N 的方向不再是竖直的，而是斜向弯道的内侧，它与重力 G 的合力指向圆心，为火车转弯提供了一部分向心力。这就减轻了轮缘与外轨的挤压。在修筑铁路时，要根据弯道的半径和规定的行驶速度，适当选择内外轨的高度差，使转弯时所需的向心力几乎完全由重力 G 和支持力 F_N 的合力来提供。

从这个例子我们再一次看出，向心力是按效果命名的力，任何一个力或几个力的合力，只要它的作用效果是使物体产生向心加速度，它就是物体所受的向心力。如果认为做匀速圆周运动的物体除了受到另外物体的作用，还要再受一个向心力，那就不对了。

拱形桥　公路上的拱形桥是常见的，汽车过桥时的运动也可以看做圆周运动。质量为 m 的汽车在拱形桥上以速度 v 前进，设桥面的圆弧半径为 R，我们来分析汽车**通过桥的最高点时**对桥的压力。

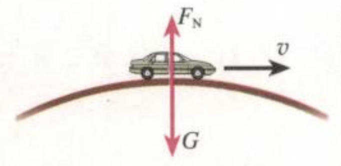


图 5.7-4 汽车通过拱形桥

选汽车为研究对象。分析汽车所受的力(图5.7-4)，如果知道了桥对汽车的支持力 F_N，桥所受的压力也就知道了。

汽车在竖直方向受到重力 G 和桥的支持力 F_N，它们的合力就是使汽车做圆周运动的向心力F。鉴于向心加速度的方向是竖直向下的，故合力为

$$F=G-F_N$$

以 a 表示汽车沿拱形桥面运动的向心加速度，根据牛顿第二定律 $F=ma$，有

$$F=m\frac{v^2}{R}$$

所以

$$G-F_N=\frac{mv^2}{R}$$

由此解出桥对车的支持力

$$F_N=G-\frac{mv^2}{R}$$

汽车对桥的压力 F_N' 与桥对汽车的支持力 F_N 是一对作用力和反作用力，大小相等。所以压力的大小为

$$F_N'=G-\frac{mv^2}{R}$$

由此可以看出，汽车对桥的压力 F_N' 小于汽车的重量 G，而且汽车的速度越大，汽车对桥的压力越小。试分析，当汽车的速度不断增大时，会发生什么现象？

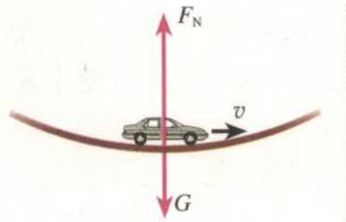


图 5.7-5 汽车通过凹形桥

公路在通过小型水库泄洪闸的下游时常常要修建凹形桥，也叫“过水路面”。汽车**通过凹形桥的最低点时**(图5.7-5)，车对桥的压力比汽车的重量大些还是小些？同学们可以仿照上面的

方法自己进行分析。

说一说

汽车不在拱形桥的最高点或最低点时，如图5.7-6，它的运动能用上面的方法求解吗？为什么？

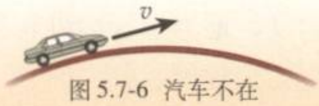


图5.7-6 汽车不在拱形桥的最高点

思考与讨论

地球可以看做一个巨大的拱形桥（图5.7-7），桥面的半径就是地球的半径 R（约为 6 400 km）。地面上有一辆汽车在行驶，重量是 $G=mg$，地面对它的支持力是 F_N。

根据上面的分析，汽车速度越大，地面对它的支持力就越小。会不会出现这样的情况：速度大到一定程度时，地面对车的支持力是0？这时驾驶员与座椅之间的压力是多少？驾驶员躯体各部分之间的压力是多少？他这时可能有什么感觉？


图5.7-7 地球可以看做一个巨大的拱形桥

航天器中的失重现象 上面"思考与讨论"中描述的场景其实已经实现了，不过不是在汽车上，而是在航天器中。我们以绕地球做匀速圆周运动的宇宙飞船为例做些说明。当飞船距地面高度为一二百千米时，它的轨道半径近似等于地球半径 R，航天员受到的地球引力近似等于他在地面测得的体重 mg。

除了地球引力外，航天员还可能受到飞船座舱对他的支持力 F_N。引力与支持力的合力为他提供了绕地球做匀速圆周运动所需的向心力 $F=\frac{mv^2}{R}$，即

$$mg-F_N=\frac{mv^2}{R}$$

也就是

$$F_N=m\left(g-\frac{v^2}{R}\right)$$

由此可以解出，当 $v=\sqrt{Rg}$ 时座舱对航天员的支持力 $F_N=0$，航天员处于失重状态。

> 有人把航天器失重的原因说成是它离地球太远，从而摆脱了地球引力，这是错误的。正是由于地球引力的存在，才使航天器连同其中的乘员有可能做环绕地球的圆周运动。

> 这里的分析仅仅针对圆轨道而言。其实任何关闭了发动机，又不受阻力的飞行器的内部，都是一个完全失重的环境。例如向空中任何方向抛出的容器，其中的所有物体都处于失重状态。

离心运动 做圆周运动的物体，由于惯性，总有沿着切线方向飞去的倾向。但它没有飞去，这是因为向心力在拉着它，使它与圆心的距离保持不变。一旦向心力突然消失，物体

就沿切线方向飞去。

除了向心力突然消失这种情况外，在合力不足以提供所需的向心力时，物体虽然不会沿切线飞去，也会逐渐远离圆心(图5.7-8)。

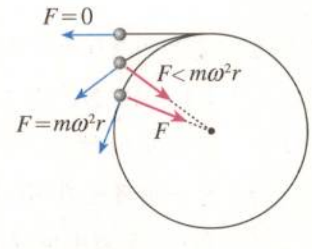


图 5.7-8 物体的离心运动与受力情况

这里描述的运动叫做离心运动。离心运动有很多应用。例如，洗衣机脱水时利用离心运动把附着在物体上的水分甩掉；纺织厂也用这样的方法使棉纱、毛线、纺织品干燥。

在炼钢厂中，把熔化的钢水浇入圆柱形模子，模子沿圆柱的中心轴线高速旋转，钢水由于离心运动趋于周壁，冷却后就形成无缝钢管。水泥管道和水泥电线杆的制造也可以采用这种离心制管技术。

图 5.7-9 洗衣机的脱水筒

离心运动有时也会带来危害。在水平公路上行驶的汽车，转弯时所需的向心力是由车轮与路面间的静摩擦力提供的。如果转弯时速度过大，所需向心力 F 很大，大于最大静摩擦力 F_{max}，汽车将做离心运动而造成事故。因此，在公路弯道，车辆不允许超过规定的速度。

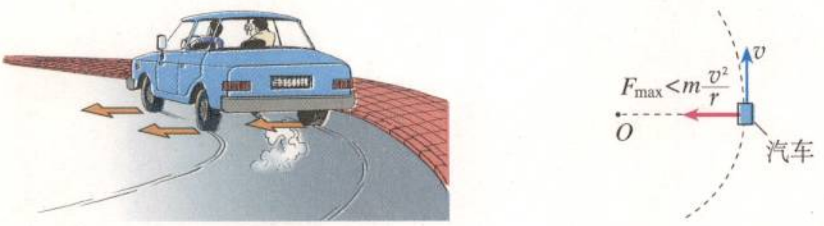


图 5.7-10 汽车转弯时速度过大，会因离心运动造成交通事故。

高速转动的砂轮、飞轮等，都不得超过允许的最大转速。转速过高时，砂轮、飞轮内部分子间的相互作用力不足以提供所需向心力，离心运动会使它们破裂，酿成事故。

问题与练习

1. 如果高速转动飞轮的重心不在转轴上，运行将不稳定，而且轴承会受到很大的作用力，加速磨损。图 5.7-11 中飞轮半径 $r=20$ cm，OO' 为转动轴。正常工作时转动轴受到的水平作用力可以认为是 0。假想在飞轮的边缘固定一个质量 $m=0.01$ kg 的螺丝钉 P，当飞轮转速 $n=1\ 000$ r/s 时，转动轴 OO' 受到多大的力？

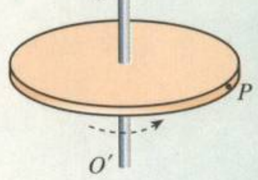


图 5.7-11 计算轴受到的力

2. 质量为 2.0×10^3 kg 的汽车在水平公路上行驶，轮胎与路面间的最大静摩擦力为 1.4×10^4 N。汽车经过半径为 50 m 的弯路时，如果车速达到 72 km/h，这辆车会不会发生侧滑？

3. 有一辆质量为 800 kg 的小汽车驶上圆弧半径为 50 m 的拱桥。

(1) 汽车到达桥顶时速度为 5 m/s，汽车对桥的压力是多大？

(2) 汽车以多大速度经过桥顶时恰好对桥没有压力而腾空？

(3) 汽车对地面的压力过小是不安全的，从这个角度讲，汽车过桥时的速度不能过大。对于同样的车速，拱桥圆弧的半径大些比较安全，还是小些比较安全？

(4) 如果拱桥的半径增大到与地球半径 R 一样，汽车要在桥面上腾空，速度要多大？

4. 质量为 25 kg 的小孩坐在秋千板上，小孩离系绳子的横梁 2.5 m。如果秋千板摆到最低点时，小孩运动速度的大小是 5 m/s，她对秋千板的压力是多大？

（牛顿的）《原理》将成为一座永垂不朽的深邃智慧的纪念碑，它向我们揭示了最伟大的宇宙定律，是高于（当时）人类一切其他思想产物之上的杰作，这个简单而普遍定律的发现，以它囊括对象之巨大和多样性，给予人类智慧以光荣。

——拉普拉斯[①]

第六章 万有引力与航天

我国未来的空间实验室（想像图）

自远古以来，当人们仰望星空时，天空中壮丽璀璨的景象便吸引了他们的注意。智慧的头脑开始探索星体运动的奥秘。到了17世纪，牛顿以他伟大的工作把天空中的现象与地面上的现象统一起来，成功地解释了天体运行的规律。时至今日，数千颗人造卫星正在按照万有引力定律为它们“设定”的轨道绕地球运转着。牛顿发现的万有引力定律取得了如此辉煌的成就，以至于阿波罗8号从月球返航的途中，当地面控制中心问及“是谁在驾驶”的时候，指令长这样回答：“我想现在是牛顿在驾驶。”

这一章我们将学习对人类智慧影响至为深远、在天体运动中起着决定性作用的万有引力定律，并了解它的发现历程和在人类开拓太空中的作用。

① 拉普拉斯 (Pierre-Simon Laplace, 1749 — 1827)，法国数学家、天文学家。

1 行星的运动

在古代，人们对于天体的运动存在着地心说和日心说两种对立的看法。地心说认为地球是宇宙的中心，是静止不动的，太阳、月亮以及其他行星都绕地球运动。它符合人们的直接经验。日心说则认为太阳是静止不动的，地球和其他行星都绕太阳运动。经过长期论争，日心说战胜了地心说，最终被接受。


开普勒（Johannes Kepler，1571—1630）

无论地心说还是日心说，古人都把天体的运动看得很神圣，认为天体的运动必然是最完美、最和谐的匀速圆周运动。德国天文学家开普勒用了20年的时间研究了丹麦天文学家第谷（Tycho Brahe，1546—1601）的行星观测记录，发现如果假设行星的运动是匀速圆周运动，计算所得的数据与观测数据不符；只有假设行星绕太阳运动的轨道不是圆，而是椭圆，才能解释这种差别。他还发现了行星运动的其他规律。开普勒分别于1609年和1619年发表了他发现的下列规律，后人称为**开普勒行星运动定律**。

开普勒第一定律　所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上。

做一做

可以用一条细绳和两只图钉来画椭圆。如图6.1-1，把白纸铺在木板上，然后按上图钉。把细绳的两端系在图钉上，用一支铅笔紧贴着细绳滑动，使绳始终保持张紧状态。铅笔在纸上画出的轨迹就是椭圆，图钉在纸上留下的痕迹叫做椭圆的焦点。

想一想，椭圆上某点到两个焦点的距离之和与椭圆上另一点到两个焦点的距离之和有什么关系？

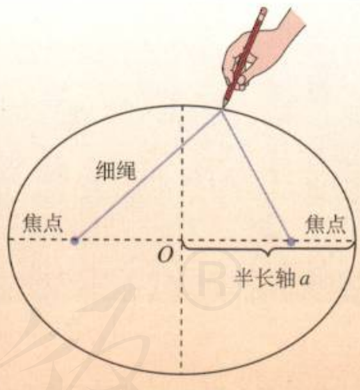


图6.1-1 用图钉和细绳画椭圆

开普勒第二定律　对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过相等的面积。

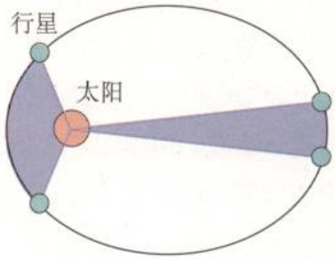


图6.1-2 行星与太阳的连线在相等的时间内扫过相等的面积

由于行星的轨道不是圆，行星与太阳的距离就在不断变化。这个定律告诉我们，当它离太阳比较近的时候，运行的速度比较快，而离太阳较远时速度较慢。

开普勒第三定律　所有行星的轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等。

若用 a 代表椭圆轨道的半长轴（图6.1-1），T 代表公转

周期，开普勒第三定律告诉我们

$$\frac{a^3}{T^2}=k$$

比值 k 是一个对所有行星都相同的常量。

实际上，行星的轨道与圆十分接近，在中学阶段的研究中我们按圆轨道处理。这样就可以说：

1. 行星绕太阳运动的轨道十分接近圆，太阳处在圆心；

2. 对某一行星来说，它绕太阳做圆周运动的角速度（或线速度）大小不变，即行星做匀速圆周运动；

3. 所有行星轨道半径的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等，即 $\frac{r^3}{T^2}=k$。

开普勒关于行星运动的描述为万有引力定律的发现奠定了基础。

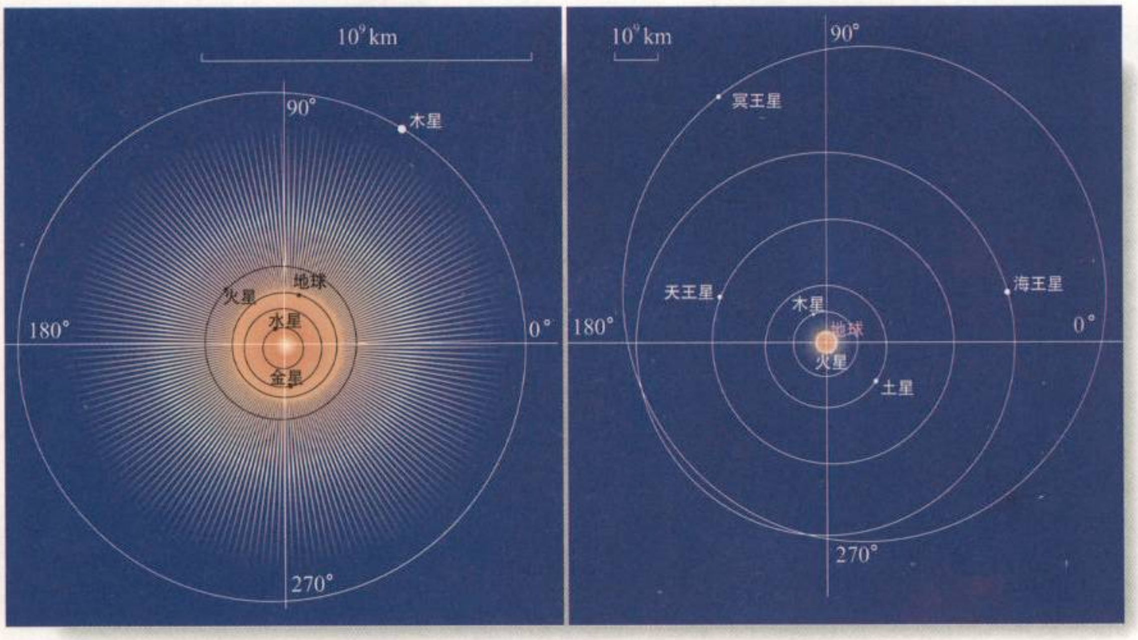


图 6.1-3 按不同比例尺绘制的太阳系八颗行星及冥王星的轨道。可以看出，行星的轨道十分接近圆。

科学足迹

人类对行星运动规律的认识

托勒密：地心宇宙 当我们远古的祖先惊叹星空的玄妙时，他们就开始试图破译日月星辰等天文现象的奥秘……那时，多数人都自然地认为，地球是静止不动的，太阳、月亮和星星从头上飞过，地球是宇宙的中心。

我们的祖先发现，尽管所有星辰每日都要东升西落，但绝大多数星星的相互位置都几乎是固定的，几百年内不会发生肉眼可见的变化，它们是"恒星"。然而，水星、金星、火星、木星、土星这

五颗亮星则在众星的背景前移动，有的在几个星期中就能发现它的位置变化，所以它们叫做“行星”。

细心的观察表明，行星并非总向一个方向移动。大多数时间它由西向东相对于恒星移动，但有时却要停下来，然后向西移动一段时间，随后又向东移动，这个现象叫做行星的逆行（图 6.1-4）。

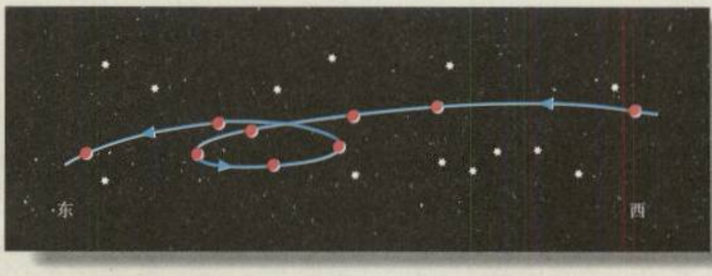


图 6.1-4 火星的逆行

为了解释行星的逆行，希腊人提出一个理论。这个理论认为每个行星都沿着圆运动，这个圆叫做“本轮”，同时本轮的圆心又环绕着地球沿一个叫做均轮的大圆运动（图 6.1-5）。这个理论在公元 2 世纪由伟大的古代天文学家托勒密（Claudius Ptolemy，约 90—168）完善而成。

值得指出的是，一个本轮与一个均轮还不能十分准确地解释行星的运动。为了与观察结果更好地符合，每个行星需要不止一个本轮，结果“轮上轮”的总数达到 80 多个，并且还要引入“偏心点”和“偏心等距点”等复杂概念。这就使它缺少简洁性，而简洁性正是科学家们所追求的。

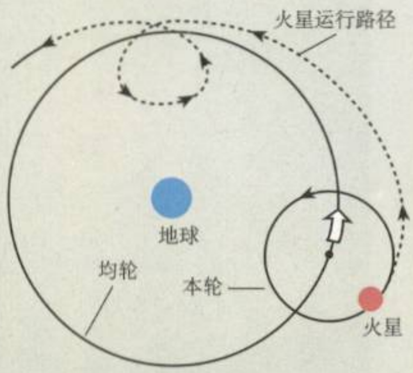


图 6.1-5 本轮和均轮

哥白尼：拦住了太阳，推动了地球 公元 1543 年，波兰的一位长者——哥白尼（Nicolaus Copernicus，1473—1543）——临终前在病榻上为其毕生致力的著作《天体运行论》印出的第一本书签上了自己的姓名。这部书预示了地心宇宙论的终结。

此前一个世纪，文艺复兴带来的思想与艺术的繁荣在意大利萌发并已扩展到全欧洲。哥白尼坚信宇宙与自然是美的，而美的东西一定是简单与和谐的。托勒密的宇宙图景与他的信念不一致。另一方面，文艺复兴解脱了束缚人们头脑的枷锁，哥白尼采取了比前人更广阔的视角来洞察自然。就像那个时期艺术家们的眼光超越了宗教艺术、哥伦布的眼光超越了欧洲一样，哥白尼的眼光超越了地球。他把地球看成空间的一个物体，一个与其他天体相似的物体。这个观念是如此开放，以至在他面前，地球中心宇宙观显得那么狭隘和偏执。

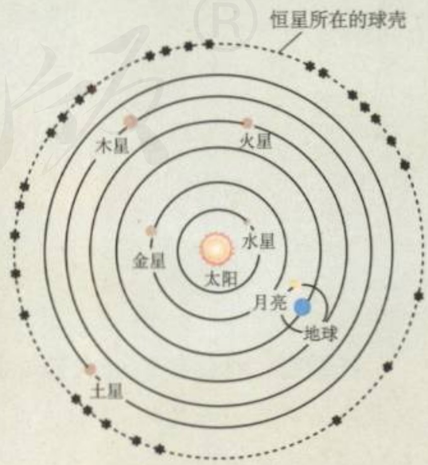


图6.1-6 哥白尼认为地球和行星绕太阳做匀速圆周运动

哥白尼提出，行星和地球绕太阳做匀速圆周运动，只有月亮环绕地球运行。由于地球的自转，我们看到了太阳、月亮和众星每天由东向西的运动。这个理论也解释了行星逆行等许多现象。于是，他动情地写道：“太阳在宇宙正中坐在其宝座上。在这壮丽的神殿里，有谁能将这个发光体放在一个

更好的位置上以让它同时普照全宇宙？……于是我们在这样的安排中找到了这个世界美妙的和谐……”

到了17世纪初，地心宇宙论棺木上的最后一颗钉子敲下了。1609年，伽利略利用望远镜发现了围绕木星转动的“月球”，进一步表明地球不是所有天体运动的中心。至于是什么维持地球运动、空中的飞鸟和浮云为什么不落在后面等问题，直到伽利略和牛顿提出关于运动的新观念之后，才得到合理的解释。哥白尼使人类来到了牛顿物理学的门前。

西方现代科学肇端于文艺复兴时代，而文艺复兴的主要任务和最大的贡献却是美术。从表面看，美术是情感的产物，科学是理性的产物，互不相干。何以“这位暖和和的阿特 (art) 先生，会养出一位冷冰冰的赛因士 (science) 儿子？”究其原因，在于二者有共同的母亲①，这就是“自然夫人”，即源自“观察自然”。

——梁启超

第谷·布拉赫：天才的观测家 哥白尼去世后三年，第谷·布拉赫在丹麦出生了。他把全身心都投入到行星位置的测量中。在他以前，人们测量天体位置的误差大约是10′，第谷把这个不确定性减小到2′。他的观测结果为哥白尼的学说提供了关键性的支持。

1600年，出生于德国的开普勒开始与第谷一起工作，他善于从理论上思考问题。为了完成他构建理论宇宙学的追求，开普勒需要第谷的观测数据。第谷为了把他的数据组织成有用的形式，需要开普勒的数学天才。

18个月后，第谷去世了。开普勒以全部精力整理第谷的观测数据，企望求得行星运动轨道的更准确的描述。

开普勒：真理超出期望 开普勒相信哥白尼的学说，所以开始时他按行星绕太阳做匀速圆周运动的观点来思考问题。在他对火星轨道的研究中，70余次尝试所得的结果都与第谷的观测数据有至少8′的角度偏差。是第谷测量错了吗？开普勒对第谷数据的精确性深信不疑。他想，这不容忽视的8′也许正是因为行星的运动并非匀速圆周运动。至此，人们长期以来视为真理的观念——天体在做“完美的”匀速圆周运动，第一次受到了怀疑。此后，他经过多年的尝试性计算，终于发现并先后于1609年和1619年发表了行星运动的三个定律。

为此开普勒曾欣喜若狂地说：“16年了……我终于走向光明，认识到的真理远超出我的热切期望。”的确，把几千个数据归纳成如此简洁的几句话，这是极为杰出的成就。开普勒享受了科学探究的乐趣，享受了人生的满足，他的心境表现在自撰的墓志铭中。不过，开普勒并不知道，他所发现的三个定律蕴涵着极其重大的“天机”，那就是万有引力的规律。

开普勒观念的基础是日心说。从表面上看，日心说与地心说不过是参考系的改变。其实，这是一次真正的科学革命，因为它使人们的世界观发生了重大变革。宇宙中心的转变暗示了宇宙可能根本没有中心！这种观念的变革，在哥白尼那里还是隐含的，意大利学者布鲁诺 (Giordano Bruno, 1548—1600) 将它公开说了出来，为此被宗教裁判所烧死在罗马的鲜花广场，为科学付出了生命的代价。

① 原文如此。

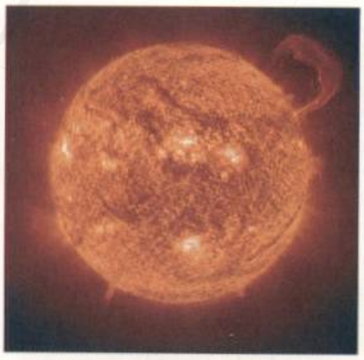
问题与练习

1. 地球公转轨道的半径在天文学上常用来作为长度单位，叫做天文单位[1]，用来量度太阳系内天体与太阳的距离。已知火星公转的轨道半径是1.5天文单位，根据开普勒第三定律，火星公转的周期是多少个地球日？
2. 开普勒行星运动三定律不仅适用于行星绕太阳的运动，也适用于卫星绕行星的运动。如果一颗人造地球卫星沿椭圆轨道运动，它在离地球最近的位置（近地点）和最远的位置（远地点），哪点的速度比较大？
3. 一种通信卫星需要"静止"在赤道上空的某一点，因此它的运行周期必须与地球自转周期相同。请你估算：通信卫星离地心的距离大约是月心离地心距离的几分之一？
4. 地球的公转轨道接近圆，但彗星的运动轨道则是一个非常扁的椭圆。天文学家哈雷曾经在1682年跟踪过一颗彗星，他算出这颗彗星轨道的半长轴约等于地球公转半径的18倍（图6.1-7），并预言这颗彗星将每隔一定时间就会出现。哈雷的预言得到证实，该彗星被命名为哈雷彗星（《物理必修1》图0-13乙）。哈雷彗星最近出现的时间是1986年，请你根据开普勒行星运动第三定律估算，它下次飞近地球大约将在哪一年？

图6.1-7 哈雷彗星轨道示意图

2 太阳与行星间的引力

开普勒定律发现之后，人们开始更深入地思考：是什么原因使行星绕太阳运动？伽利略、开普勒以及法国数学家笛卡儿（R. Descartes, 1596—1650）都提出过自己的解释。牛顿时代的科学家，如胡克、哈雷等对这一问题的认识更进一步。胡克等人认为，行星绕太阳运动是因为受到了太阳对它的引力，甚至证明了如果行星的轨道是圆形的，它所受引力的大小跟行星到太阳距离的二次方成反比。但是由于关于运动和力的清晰概念是在他们以后由牛顿建立的，当时没有这些概念，因此他们无法深入研究。



太阳坐在它的皇位上，管理着围绕它的一切星球。
——哥白尼

① 这只是个粗略的说法。在天文学中，"天文单位"有严格的定义。

牛顿在前人对惯性研究的基础上，开始思考“物体怎样才会不沿直线运动”这一问题。他的回答是：以任何方式改变速度（包括改变速度的方向）都需要力。这就是说，使行星沿圆或椭圆运动，需要指向圆心或椭圆焦点的力，这个力应该就是太阳对它的引力。于是，牛顿利用他的运动定律把行星的向心加速度与太阳对它的引力联系起来了。

不仅如此，牛顿还认为，这种引力存在于所有物体之间，从而阐述了普遍意义下的万有引力定律。

在这一节和下一节，我们将追寻牛顿的足迹，用自己的手和脑，重新“发现”万有引力定律。为了简化问题，我们把行星的轨道当做圆来处理。

太阳对行星的引力　我们很容易想到，太阳对行星的引力 F 跟行星到太阳的距离 r 有关，然而它们之间有什么定量的关系？

根据开普勒行星运动第一、第二定律，行星以太阳为圆心做匀速圆周运动。太阳对行星的引力，就等于行星做匀速圆周运动的向心力。

1. 设行星的质量为 m，速度为 v，行星到太阳的距离为 r，则行星绕太阳做匀速圆周运动的向心力为

$$F=\frac{mv^2}{r}$$

2. 天文观测难以直接得到行星运动的速度 v，但是可以得到行星公转的周期 T，它们之间的关系为

$$v=\frac{2\pi r}{T}$$

把这个结果代入上面向心力的表达式，整理后得到

$$F=\frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

3. 不同行星的公转周期是不同的，F 跟 r 关系的表达式中不应出现周期 T，所以要设法消去上式中的 T。为此，把开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2}=k$ 变形为 $T^2=\frac{r^3}{k}$，代入上式便得到

$$F=4\pi^2 k\cdot\frac{m}{r^2}$$

4. 在这个式子中，等号右边除了 m、r 以外，其余都是常量，对任何行星来说都是相同的。因而可以说太阳对行星的引力 F 与 $\frac{m}{r^2}$ 成正比，也就是

$$F\propto\frac{m}{r^2}$$

这表明：太阳对不同行星的引力，与行星的质量成正比，与行星和太阳间距离的二次方成反比。

行星对太阳的引力 就太阳对行星的引力来说，行星是受力星体。因而可以说，上述引力 F 是与受力星体的质量成正比的。

然而，从太阳与行星间相互作用的角度来看，两者的地位是相同的。也就是说，既然太阳吸引行星，行星也必然吸引太阳。就行星对太阳的引力 F' 来说，太阳是受力星体。因此，F' 的大小应该与太阳的质量 M 成正比，与行星、太阳距离的二次方成反比。也就是

这里说“两者的地位是相同的”，就已经包含了一些假定的因素。

$$F' \propto \frac{M}{r^2}$$

太阳与行星间的引力 由于 $F \propto \frac{m}{r^2}$、$F' \propto \frac{M}{r^2}$，而根据作用力与反作用力的关系，F 和 F' 的大小又是相等的，所以我们可以概括地说，太阳与行星间引力的大小与太阳的质量、行星的质量成正比，与两者距离的二次方成反比，即

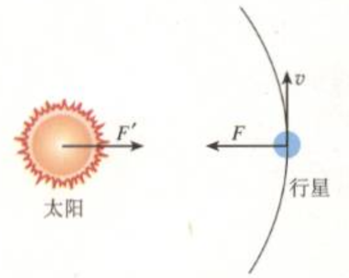


图 6.2-1 太阳对行星的引力 F 与行星对太阳的引力 F' 大小相等

$$F \propto \frac{Mm}{r^2}$$

写成等式就是

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{1}$$

式中 G 是比例系数，与太阳、行星都没有关系。

太阳与行星间引力的方向沿着二者的连线。

开普勒用三句话概括了第谷积累的数千个观测数据，展示了行星运动的规律性，与原始数据相比，既深刻又简洁。我们利用数学的方法，结合牛顿运动定律，对开普勒定律做了加工，得到了 (1) 式，揭示了控制行星运动的力，比开普勒定律更深刻、更简洁。

由纷繁的数据到几句话，又到一个公式，形式越来越简洁，但意义越来越深刻。学到这里你会体验到愉快和喜悦。所以说，学习的过程实际上也是审美体验的过程。

然而，(1) 式来源于开普勒定律，因此它只适用于行星与太阳之间的力。牛顿从这里又向前走了一大步，他的思想超越了行星与太阳，这就是下节要学习的——万有引力定律。

说一说

如果要验证太阳与行星之间引力的规律是否适用于行星与它的卫星，我们需要观测这些卫星运动的哪些数据？观测前你对这些数据的规律有什么假设？

问题与练习

1. 在力学中，有的问题是根据物体的运动探究它受的力，另一些问题则是根据物体所受的力推测它的运动。这一节的讨论属于哪一种情况？你能从过去学过的内容或做过的练习中各找出一个例子吗？

2. 在探究太阳对行星的引力的规律时，我们以左边的三个等式为根据，得出了右边的关系式。左边的三个等式有的可以在实验室中验证，有的则不能。这个无法在实验室验证的规律是怎么得到的？

$$\left.\begin{aligned} F&=m\frac{v^2}{r}\\ v&=\frac{2\pi r}{T}\\ \frac{r^3}{T^2}&=k \end{aligned}\right\}\Longrightarrow F\propto\frac{m}{r^2}$$

3. 自己查找月—地距离、月球公转周期等数据，计算月球公转的向心加速度。你得到的计算值相当于地面附近自由落体加速度的多少分之一？

3 万有引力定律

通过上节的分析，我们已经知道了太阳与行星之间作用力的规律，能够完全解释行星的运动了。但是，还可以进一步设想：既然是太阳与行星之间的力使得行星不能飞离太阳，那么，是什么力使得地面的物体不能离开地球，总要落回地面呢？也就是说，地球使树上苹果下落的力，与太阳、地球之间的吸引力是不是同一种力呢？

还有，即使在最高的建筑物上和最高的山顶上，也都会感受到重力的作用，那么，这个力必定延伸到远得多的地方。它会不会作用到月球上？也就是说，拉住月球使它围绕地球运动的力，与拉着苹果下落的力，以及太阳与地球、众行星之间的作用力也许真的是同一种力，遵循相同的规律？……

这个想法的正确性要由事实来检验。

根据牛顿的朋友对他晚年谈话的回忆，当牛顿思考月亮绕地球运行的原因时，苹果偶然落地引起了他的遐想。

月—地检验 假定维持月球绕地球运动的力与使得苹果下落的力真的是同一种力，同样遵从“平方反比”的规律，那么，由于月球轨道半径约为地球半径（苹果到地心的距离）的60倍，所以月球轨道上一个物体受到的引力，比它在地面附近时受到的引力要小，前者只有后者的$\frac{1}{60^2}$。根据牛顿第二定律，物体在月球轨道上运动时的加速度（月球公转的向心加速度）也就应该大约是它在地面附近下落时的加速度（自由落体加速度）的$\frac{1}{60^2}$。

在牛顿的时代，自由落体加速度已经能够比较精确地测定，当时也能比较精确地测定月球与地球的距离、月球公转的周期，从而能够算出月球运动的向心加速度。

计算结果与我们的预期符合得很好。这表明，地面物体所受地球的引力、月球所受地球的引力，与太阳、行星间的引力，真的遵从相同的规律！

牛顿深入思考了月球受到的引力与地面物体受到的引力的关系。正是在这个过程中，力与加速度的关系在牛顿的思想中明确起来了。

万有引力定律 我们的思想还可以更解放。既然太阳与行星之间、地球与月球之间，以及地球与地面物体之间具有“与两个物体的质量成正比、与它们之间距离的二次方成反比”的吸引力，是否任意两个物体之间都有这样的力呢？很可能有，只是由于身边物体的质量比天体的质量小得多，不易觉察罢了。于是我们大胆地把以上结论推广到宇宙中的一切物体之间：**自然界中任何两个物体都相互吸引，引力的方向在它们的连线上，引力的大小与物体的质量 m_1 和 m_2 的乘积成正比、与它们之间距离 r 的二次方成反比**，即

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

式中质量的单位用 kg，距离的单位用 m，力的单位用 N。G 是比例系数，叫做**引力常量**（**gravitational constant**），适用于任何两个物体。

“两个物体的距离”到底是指物体哪两部分的距离？如果物体的大小比它们之间的距离小得多，两个物体可以看做质点，这个距离当然就是这两个点的距离。如果是地球、月球等球体，牛顿应用微积分的方法得知，这个距离应该是球心间的距离。

尽管以上推广是十分自然的，但仍要接受事实的直接或间接的检验。本章后面的讨论表明，由此得出的结论与事实相符，于是，它成为科学史上最伟大的定律之一——**万有引力定律**（**law of universal gravitation**）。它于1687年发表在牛顿的传世之作《自然哲学的数学原理》中。

万有引力定律清楚地向人们揭示，复杂运动的后面隐藏着简洁的科学规律；它明确地向人们宣告，天上和地上的物体都遵循着完全相同的科学法则。

引力常量 牛顿得出了万有引力与物体质量及它们之间距离的关系，但却无法算出两个天体之间万有引力的大小，因为他不知道引力常量 G 的值。100 多年以后，英国物理学家卡文迪许（Henry Cavendish，1731—1810）在实验室里通过几个铅球之间万有引力的测量，比较准确地得出了 G 的数值。国际科技数据委员会2014年的推荐值为 $G=6.67408(31)\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$，通常取 $G=6.67\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$。

图 6.3-1 以卡文迪许命名的实验室是世界著名的实验室，坐落在英国剑桥大学。物理学上许多重要发现是在这里做出的。

引力常量是自然界中少数几个最重要的物理常量之一。

引力常量 G 的精确测量对于深入研究引力相互作用规律具有重要意义。自卡文迪许之后，其他科学家相继致力于这项工作。我国科学家在华中科技大学引力中心的山洞实验室里，历时30多年，于2018 年得到了当时最精确的 G 值。

问题与练习

1. 既然任何物体间都存在着引力，为什么当两个人接近时他们不会吸在一起？我们通常分析物体的受力时是否需要考虑物体间的万有引力？请你根据实际情况，应用合理的数据，通过计算说明以上两个问题。
2. 大麦哲伦云和小麦哲伦云是银河系外离地球最近的星系（很遗憾，在北半球看不见）。大麦哲伦云的质量为太阳质量的 10^{10} 倍，即 2.0×10^{40} kg，小麦哲伦云的质量为太阳质量的 10^{9} 倍，两者相距 5×10^{4} 光年①，求它们之间的引力。
3. 一个质子由两个 u 夸克和一个 d 夸克组成。一个夸克的质量是 7.1×10^{-30} kg，求两个夸克相距 1.0×10^{-16} m 时的万有引力。

4 万有引力理论的成就

“科学真是迷人” 地球的质量是多少？这不可能用天平称量，但是可以通过万有引力定律来“称量”。

若不考虑地球自转的影响，地面上质量为 m 的物体所受的重力 mg 等于地球对物体的引力，即

$$mg = G\frac{mM}{R^2}$$

式中 M 是地球的质量；R 是地球的半径，也就是物体到地心的距离。由此解出

$$M = \frac{gR^2}{G}$$

地面的重力加速度 g 和地球半径 R 在卡文迪许之前就已知道，一旦测得引力常量 G，就可以算出地球的质量 M。卡文迪许把他自己的实验说成是“称量地球的重量②”，是不无道理的。

在实验室里测量几个铅球之间的作用力，就可以称量地球，这不能不说是一个科学奇迹。难怪一位外行人、著名文学家马克 · 吐温满怀激情地说：“科学真是迷人。根据零星的

① 光年是长度单位，等于光在真空中一年传播的距离。

② 用现代物理学的术语，应该说是“称量地球的质量”。

事实，增添一点猜想，竟能赢得那么多收获！”

计算天体的质量 应用万有引力定律还可以计算太阳的质量。思考这个问题的出发点是：行星绕太阳做匀速圆周运动的向心力是由它们之间的万有引力提供的，由此可以列出方程，从中解出太阳的质量。

设M是太阳的质量，m是某个行星的质量，r是行星与太阳之间的距离，ω是行星公转的角速度。行星做匀速圆周运动的向心力是由它们之间的万有引力提供的，所以能够列出方程

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\omega^2 r$$

行星运动的角速度ω不能直接测出，但是可以测出它的公转周期T。ω和T的关系是

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

代入上式得到

$$G\frac{Mm}{r^2}=\frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

从中求出太阳的质量

$$M=\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

测出行星的公转周期T和它与太阳的距离r，就可以算出太阳的质量。

同样的道理，如果已知卫星绕行星运动的周期和卫星与行星之间的距离，也可以算出行星的质量。目前，观测人造卫星的运动，是测量地球质量的重要方法之一。

不同行星与太阳的距离r和绕太阳公转的周期T都是各不相同的。但由不同行星的r、T计算出来的太阳质量必须是一样的！这里得到的计算太阳质量的公式能够保证这一点吗？

图 6.4-1 木星是太阳系中最大的行星，它有众多卫星。通过卫星的运动，可以精确地测得木星的质量。用这个方法测量行星的质量，是否需要知道卫星的质量？

发现未知天体 到了18世纪，人们已经知道太阳系有7颗行星，其中1781年发现的第七颗行星——天王星的运动轨道有些“古怪”：根据万有引力定律计算出来的轨道与实际观测的结果总有一些偏差。有人据此认为万有引力定律的准确性有问题。但另一些人则推测，在天王星轨道外面还有一颗未发现的行星，它对天王星的吸引使其轨道产生了偏离。到底谁是谁非呢？

英国剑桥大学的学生亚当斯和法国年轻的天文学家勒维耶相信未知行星的存在。他们根据天王星的观测资料，各自独立地利用万有引力定律计算出这颗“新”行星的轨道。1846年9月23日晚，德国的伽勒在勒维耶预言的位置附近发现了这颗行星，人们称其为“笔尖下发现的行星”。后来，这颗行星命名为海王星。

1705年英国天文学家哈雷（E. Halley, 1656—1742）根据万有引力定律计算了一颗著名彗星的轨道并正确预言了它的回归。

海王星的发现和哈雷彗星的“按时回归”确立了万有引力定律的地位，也成为科学史上

的美谈。诺贝尔物理学奖获得者，物理学家冯·劳厄说：“没有任何东西像牛顿引力理论对行星轨道的计算那样，如此有力地树立起人们对年轻的物理学的尊敬。从此以后，这门自然科学成了巨大的精神王国……”

图 6.4-2 笔尖下发现的行星——海王星

海王星的轨道之外残存着太阳系形成初期遗留的物质，近100年来，人们在这里发现了冥王星、阋（音 xì）神星（Eris）等几个较大的天体。但是，因为距离遥远，太阳的光芒到达那里已经太微弱了，在地球附近很难看出究竟。尽管如此，黑暗寒冷的太阳系边缘依然牵动着人们的心，探索工作从来没有停止过。

有人问李政道教授，在他做学生时，刚一接触物理学，什么东西给他的印象最深？他毫不迟疑地回答，是物理学法则的普适性深深地打动了他。

物理学基本规律的简洁性和普适性，使人充分领略了它的优美，激励着一代又一代科学家以无限热情献身于对科学规律的探索。

问题与练习

1. 已知月球的质量是 7.3×10^{22} kg，半径是 1.7×10^{3} km，月球表面的自由落体加速度有多大？这对宇航员在月球表面的行动会产生什么影响？

图6.4-3 月面上的宇航员

2. 根据万有引力定律和牛顿第二定律说明：为什么不同物体在地球表面的自由落体加速度都是相等的？为什么高山上的自由落体加速度比地面的小？
3. 某人造地球卫星沿圆轨道运行，轨道半径是 6.8×10^{3} km，周期是 5.6×10^{3} s。试从这些数据估算地球的质量。
4. 木星是绕太阳公转的行星之一，而木星的周围又有卫星绕木星公转。如果要通过观测求得木星的质量，需要测量哪些量？试推导用这些量表示的木星质量的计算式。

5 宇宙航行

宇宙速度 牛顿在思考万有引力定律时就曾想过，把物体从高山上水平抛出，速度一次比一次大，落地点也就一次比一次远。如果速度足够大，物体就不再落回地面，它将绕地球运动，成为人造地球卫星（图 6.5-1）。

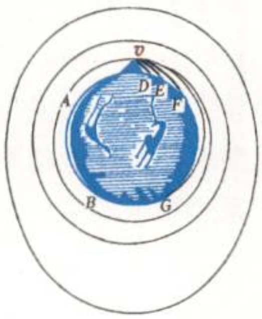


图6.5-1 在1687年出版的《自然哲学的数学原理》中，牛顿设想，抛出速度很大时，物体就不会落回地面。

现在我们就来计算，这个速度应该有多大。

设地球的质量为M，绕地球做匀速圆周运动的飞行器的质量为m，飞行器的速度为v，它到地心的距离为r。飞行器运动所需的向心力是由万有引力提供的，所以

$$\frac{mv^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$$

由此解出

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

近地卫星在100 ～200 km的高度飞行，与地球半径6 400 km相比，完全可以说是在“地面附近”飞行，可以用地球半径R代表卫星到地心的距离r。把数据代入上式后算出

$$v = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}{6.40\times10^{6}}}\ \text{m/s} = 7.9\ \text{km/s}$$

参考第五章第7节研究汽车在拱形桥上运动时的“思考与讨论”。那时候我们就已经计算出第一宇宙速度了。

这就是物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的速度，叫做**第一宇宙速度**（**first cosmic velocity**）。

在地面附近发射飞行器，如果速度大于7.9 km/s，而小于11.2 km/s，它绕地球运行的轨迹就不是圆，而是椭圆。当物体的速度等于或大于 11.2 km/s 时，它就会克服地球的引力，永远离开地球。我们把 11.2 km/s 叫做**第二宇宙速度**。

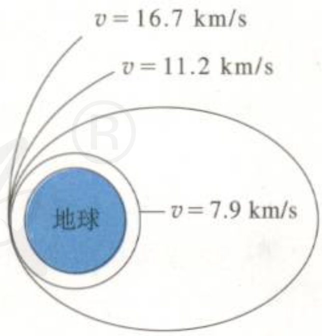


图 6.5-2 三个宇宙速度

达到第二宇宙速度的物体还受到太阳的引力。在地面附近发射一个物体，要使物体挣脱太阳引力的束缚，飞到太阳系外，必须使它的速度等于或大于16.7 km/s，这个速度叫做**第三宇宙速度**。

梦想成真 探索宇宙的奥秘，奔向广阔而遥远的太空，是人类自古以来的梦想。

地球是人类的摇篮，但是人类不会永远生活在摇篮里。
——齐奥尔科夫斯基

真正为人类迈向太空提供科学思想的，是生于 19 世纪中叶的俄罗斯学者齐奥尔科夫斯基。他指出，利用喷气推进的多

级火箭，是实现太空飞行的最有效的工具。

1957年10月4日，世界上第一颗人造地球卫星在苏联发射成功。卫星质量83.6 kg，每96 min绕地球飞行一圈。

几年之后，1961年4月12日，苏联空军少校加加林进入了东方一号载人飞船。火箭点火起飞，飞船绕地球飞行一圈，历时108 min，然后重返大气层，安全降落在地面，铸就了人类进入太空的丰碑。

1969年7月16日9时32分，阿波罗11号飞船在美国卡纳维拉尔角点火升空，拉开人类登月这一伟大历史事件的帷幕。7月19日，飞船进入绕月轨道。7月20日，指挥长阿姆斯特朗和驾驶员奥尔德林进入登月舱，与母船分离后于下午4时17分在月面着陆。10时56分，阿姆斯特朗小心翼翼地踏上月面，并说出了那句载人史册的名言："对个人来说，这不过是小小的一步，但对人类而言，却是巨大的飞跃。"人们祝贺说："由于你们的成功，天空已成为人类世界的一部分。"

1992年，中国载人航天工程正式启动。2003年10月15日9时，我国神舟五号宇宙飞船把中国第一位航天员杨利伟送入太空(图6.5-5)。飞船绕地球飞行14圈后安全降落。这标志着中国成为世界上能够独立开展载人航天活动的国家。截至2017年底，我国已经将11名(14人次)航天员送入太空，包括两名女航天员。

除了载人航天工程，我国还在许多方面进行着太空探索。2013年6月，神舟十号分别完成与天宫一号空间站的手动和自动交会对接；2016年10月19日，神舟十一号完成与天宫二号空间站的自动交会对接。2017年4月20日，我国又发射了货运飞船天舟一号，入轨后与天宫二号空间站进行自动交会对接、自主快速交会对接等3次交会对接及多项实验。

尽管人类已经跨入太空，登上月球，但是，相对于宇宙之宏大，地球和月亮不过是茫茫宇宙中的两粒尘埃；相对于宇宙之久长，人类历史不过是宇宙年轮上一道小小的刻痕……宇宙留给人们的思考和疑问深邃而广阔。宇宙有没有边界？有没有起始和终结？地外文明在哪里？……

爱因斯坦曾经说过："一个人最完美和最强烈的情感来自面对不解之谜。"你想加入破解它的行列吗？

图6.5-3 人类在月球上留下了自己的足迹

图6.5-4 2003年2月1日，美国哥伦比亚号航天飞机返航时在大气层中解体，七名航天员全部遇难。无数探索者用自己的汗水和生命铺设了人类通往宇宙的道路。

图6.5-5 中国第一位航天员杨利伟

科学漫步

黑 洞

第一宇宙速度又叫做环绕速度，第二宇宙速度又叫做逃逸速度。理论分析表明，逃逸速度是环绕速度的$\sqrt{2}$倍，即$v'=\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$。这个关系对于其他天体也是正确的。由此可知，天体的质量M越大，半径R越小，逃逸速度也就越大，也就是说，其表面的物体就越不容易脱离它的束缚。

有些恒星，在它一生的最后阶段，强大的引力把其中的物质紧紧地压在一起，密度极大，每立方厘米的质量可达数吨。它们的质量非常大，半径又非常小，其逃逸速度非常大。于是，我们自然要想，会不会有这样的天体，它的质量更大、半径更小，逃逸速度更大，以3×10^8 m/s 的速度传播的光都不能逃逸？如果宇宙中真的存在这种天体，即使它确实在发光，光也不能进入太空，我们也根本看不到它。这种天体称为**黑洞**（**black hole**）。

1799年，法国科学家拉普拉斯在对牛顿引力理论做过透彻研究后指出，对于一个质量为M的球状物体，当其半径R不大于$\dfrac{2GM}{c^2}$时，即是一个黑洞。倘若太阳能收缩成黑洞，其半径应小于3 km，而目前太阳的半径是这一数值的25万倍。

拉普拉斯并非指出黑洞的第一人。一位英国学者米切尔（J. Michell）于1784年也提出过相似的见解。遗憾的是，他们的论述被尘封了一个多世纪，因为那时人们只知道引力对普通物质的作用，还不知道引力是否也能吸引光。此外，他们的推测都建立在牛顿引力理论的基础上，后来发现，当涉及强引力时，牛顿的引力公式并不可靠。1916年，爱因斯坦创立的广义相对论一举解决了这两个问题。从此有关黑洞的研究就在新的基础上进行，黑洞的性质也就更为引人入胜。

几十年来，科学家们围绕“宇宙动物园中这种怪兽”的存在一直在猜测。困难在于，看不见它，我们如何判断它的存在？1970年，通过间接途径，科学家们发现了第一个很可能是黑洞的目标，这是个质量至少为太阳10倍的黑暗天体。近年又在大麦哲伦星云中发现了十几个可能是黑洞的物体。对此，一位学者感叹道，“黑洞曾经不过是一个噩梦，现在，它终于出现在这个世界中了”。为寻找这种最黑暗的奇异天体而进行的探索还在继续着。

“为什么要研究黑洞呢？”对此，当代最著名的宇宙学家霍金(Stephen W. Hawking, 1942—2018)借用一位探险家的话说：为什么人们要攀登珠穆朗玛峰——“因为它就在那里。”

STS

航天事业改变着人类的生活

20世纪人类最伟大的创举之一是开拓了太空这一全新活动领域。人类冲破了大气层的阻拦，摆脱了地球引力的束缚，实现了在太空翱翔的梦想。不仅如此，更具现实意义的是它给人们带来了先

进技术和无尽资源，成为推动社会发展的强大动力。

卫星通信和卫星广播已经不是新鲜事，通过卫星实现越洋通话、实时收看世界各地发来的电视新闻，已经成了人们基本生活的一部分。

天气预报的质量正在悄悄地提高，准确率和预报时段都攀上了新的台阶。这里，气象卫星功不可没。“静止”在赤道上空的同步气象卫星把广阔视野内的气象数据发回地面，3颗同步卫星就可以形成一条南北纬50°之间的全球观测带。再配合几颗纵穿地球两极的极轨卫星，就能形成全球气象卫星观测系统，为天气预报提供全面、及时的气象资料。电视台天气预报节目中的卫星云图已使我们充分感受到气象卫星的威力。

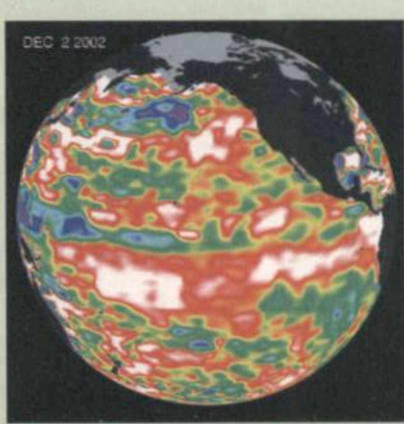


图 6.5-6 用卫星监测厄尔尼诺现象。不同的颜色代表海平面高度与正常水平的差值。

卫星引起了船舶、飞机导航技术的重大变化。利用全球卫星定位系统导航的各种汽车已经奔驰在城市的道路上。

地球资源卫星是探测地球资源的最迅速、最有效、最经济的工具，它应用于勘测海洋和水利资源、调查地下矿藏、监视自然灾害、观测环境污染等方面。卫星对地观测技术将对我国西部开发的整体规划和监控发挥重要作用。

在世界各国发射的航天器中，军用和军民两用的卫星占了总数量的三分之二以上。军用卫星已经成为指挥系统和武器系统的重要组成部分，侦察卫星、军用通信卫星、军用导航卫星以及空中预警飞机构成了现代防务的“神经中枢”。

图 6.5-7 国产车载GPS根据卫星信号确定汽车位置，利用电脑储存的电子地图，用语音向驾驶员提出建议。

航天器所到达的空间是一种崭新的环境资源。由于失重现象，航天器是一个微重力实验室，在这样的条件下，可以研制高纯度大单晶、超高纯度金属，进行各种物理、化学、生物、医学等学科的研究。

太空环境的另一个特点是高强度的辐射。由于没有大气层的阻挡，航天器受到来自太空的各种高能粒子的轰击。它一方面对宇航员造成威胁，需要防范；另一方面，它可以诱导生物基因的变异。受辐射的植物种子就有可能变为具有优良性状的新品种。我国通过返回式卫星搭载稻种培育的高产稻“航育一号”，已经大面积推广，青椒新品种“卫星87-2”，平均果重较原种提高70%。人类已经开始享受太空育种的优良农产品。

航天，几十年前还是梦想，如今正在不知不觉地改变我们的生活。

作业：近年来，有的国家试图在大气层外部署武器，例如巨型炸弹、破坏性激光武器等，遭到国际社会的反对。通过报刊、因特网等途径查阅这方面的资料，了解我国政府的立场，写出综述，并阐述你的观点，与同学们交流。

问题与练习

1. “2003年10月15日9时，我国神舟五号宇宙飞船在酒泉卫星发射中心成功发射，把中国第一位航天员杨利伟送入太空。飞船绕地球飞行14圈后，于10月16日6时23分安全降落在内蒙古主着陆场。”根据以上消息，近似地把飞船从发射到降落的全部运动看做绕地球的匀速圆周运动，试估算神舟五号绕地球飞行时距地面的高度（已知地球的质量 $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg，地球的半径 $R = 6.4 \times 10^{3}$ km）。
2. 利用所学知识，推导第一宇宙速度的另一个表达式 $v = \sqrt{gR}$。
3. 金星的半径是地球的0.95倍，质量为地球的0.82倍，金星表面的自由落体加速度是多大？金星的“第一宇宙速度”是多大？

6 经典力学的局限性

经典力学的基础是牛顿运动定律，万有引力定律更是建立了人们对牛顿物理学的尊敬。牛顿运动定律和万有引力定律在宏观、低速、弱引力的广阔领域，包括天体力学的研究中，经受了实践的检验，取得了巨大的成就。著名物理学家杨振宁曾赞颂道：“如果一定要举出某个人、某一天作为近代科学诞生的标志，我选牛顿《自然哲学的数学原理》在1687年出版的那一天。”

是的，从地面上物体的运动到天体的运动，从大气的流动到地壳的变动，从拦河筑坝、修建桥梁到设计各种机械，从自行车到汽车、火车、飞机等现代交通工具的运动，从投出篮球到发射导弹、人造卫星、宇宙飞船……所有这些都服从经典力学的规律。经典力学在如此广阔的领域里与实际相符合，显示了牛顿运动定律的正确性和经典力学的魅力。

但是，像一切科学一样，经典力学没有也不会穷尽一切真理，它也有自己的局限性。它像一切科学理论一样，是一部“未完成的交响曲”。

从低速到高速 上面提到的各种物体的运动，速度都远小于真空中的光速。处理这些运动，经典力学完全适用。20世纪初，著名物理学家爱因斯坦建立了狭义相对论。狭义相

对论阐述物体在以接近光的速度运动时所遵从的规律，得出了一些不同于经典力学的观念和结论。

例如，在经典力学中，物体的质量 m 是不随运动状态改变的，而狭义相对论指出，质量要随着物体运动速度的增大而增大，即

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

式中 m_0 是物体静止时的质量，m 是物体速度为 v 时的质量，c 是真空中的光速。

依上式计算，在低速运动中，如地球以 3×10^4 m/s 的速度绕太阳公转时，它的质量增大十分微小，可以忽略，经典力学完全适用。但是如果物体的速度接近光速 c，例如速度 $v=0.8c$ 时，物体的质量约增大到静止质量的 1.7 倍。这时，经典力学就不适用了。

又如，一条河流中的水以相对于河岸的速度 $v_{水岸}$ 流动，河中的船以相对于河水的速度 $v_{船水}$ 顺流而下。在经典力学中，船相对于岸的速度为

$$v_{船岸}=v_{船水}+v_{水岸}$$

经验告诉我们，这简直就是天经地义的。但是仔细一想，这个关系式涉及两个不同的惯性参考系，而速度总是与位移（空间长度）及时间间隔的测量相联系。在牛顿看来，位移的测量、时间的测量都与参考系无关，正是在这种时空观念下，上式才成立。然而，相对论认为，同一过程的位移和时间的测量在不同参考系中是不同的，因而上式不能成立，经典力学也就不适用了。

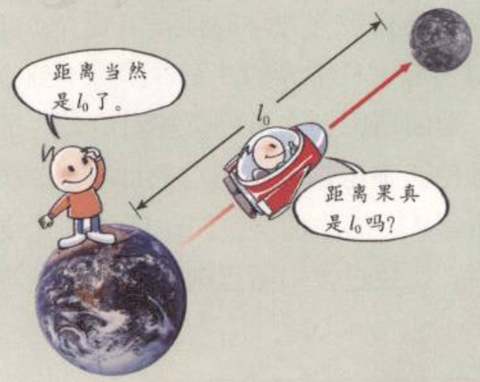
科学漫步

时间和空间是什么？

物体运动时它的空间位置在随时间变化，因而要描述物体的运动，就应该对空间(space)和时间(time)有一些认识。

通过生活经验我们体会到，所谓空间就像一个广阔无边又硕大无朋的房间，它是容纳一切物体的“容器”。它给物体提供一个运动的“舞台”，但并不干扰物体的“演出”。也就是说，空间是独立于物体及其运动而存在的。

通过生活经验我们还能体会到，时间像一条看不见的“长河”，均匀地自行流逝着，它计量着物体运动的持续性，而任何物体都影响不了它。也就是说，时间也是独立于物体及其运动而存在的。



令人高兴的是，我们这种认识与物理学的伟大奠基者牛顿的看法是一致的。人们对时空的这种认识称为牛顿时空观，也叫经典时空观。

牛顿时空观与我们的经验是那样地吻合，以至于我们会情不自禁地想，时间和空间的概念太浅显了，牛顿时空观是天经地义的，而“时空究竟是什么”似乎是一个多余而又天真的问题！

然而，1905年，爱因斯坦提出了一种崭新的时空观念。他指出，在研究物体的高速运动（速度接近真空中的光速）时，物体的长度即物体占有的空间以及物理过程、化学过程，甚至还有生命过程的持续时间，都与它们的运动状态有关。这样，空间和时间不再与物体及其运动无关而独立存在了。你大概难以想像这是什么样的情景！

然而，物理学的进展表明，一些看似天真的问题，其答案却是惊天动地的。人们对空间和时间概念的扬弃与修正，推动着物理学研究的深化，扩展着人类的科学视野。即使在今天，还有许多物理学家正在花时间思考和研究时间和空间呢！让我们在今后的学习中去逐渐地领悟吧[①]。

从宏观到微观 19世纪末和20世纪初，物理学研究深入到微观世界，发现了电子、质子、中子等微观粒子，而且发现它们不仅具有粒子性，同时还具有波动性，它们的运动规律在很多情况下不能用经典力学来说明。20世纪20年代，量子力学建立了，它能够很好地描述微观粒子运动的规律，并在现代科学技术中发挥了重要作用。这就是说，经典力学一般不适用于微观粒子。

相对论和量子力学的出现，说明人类对自然界的认识更加广泛和深入，而不表示经典力学失去了意义。它只是使人们认识到经典力学有它的适用范围：只适用于低速运动，不适用于高速运动；只适用于宏观世界，不适用于微观世界。

从弱引力到强引力 万有引力定律的发现解释了天体运动的规律，并预言了海王星的存在。它首次使地面物体的运动规律与天上星体的运动规律统一起来，把经典力学推上了当时科学的顶峰。

但是，按牛顿的万有引力定律推算，行星的运动应该是一些椭圆，行星沿着这些椭圆做周期性运动。然而，实际的天文观测告诉我们，行星的轨道并不是严格闭合的，它们的近日点在不断地旋进，如图6.6-1所示。

图6.6-1 水星的公转轨道在不断旋进

经典力学可以对此做出一些解释。不过，水星旋进的实际观测值比经典力学的预言值要大。自19世纪以来，这个问题就引起了科学界的注意，但得不到令人满意的解释。1915年，爱因斯坦创立了广义相对论，这是一种新的时空与引力的理论。他根据广义相对论计算出，水星近日点的旋进应有每百年43″的附加值，同时还预言光线在经过大质量星体附近时，如经过太阳附近时会发生偏转等现象，这些都被观测证实了。

① 《物理选修3-4》将对上面提到的问题做些稍微深入的讨论。

根据牛顿万有引力定律，假定一个球形天体的总质量不变，并通过压缩减小它的半径，天体表面上的引力将会增加。半径减小到原来的二分之一，引力增到原来的四倍。这就是常说的“平方反比”规律。爱因斯坦引力理论表明，这个力实际上增加得更快些。天体的半径越小，这种差别越大。

冬季的夜晚，北半球的人们可以看到全天最亮的恒星——天狼星。1844 年，德国天文学家F.W.贝塞尔根据天狼星移动的波浪形轨迹，推测有一颗看不见的伴星在围绕天狼星运动。后来的观测证实了他的猜想。伴星很暗，质量为太阳质量的1.05倍，半径为太阳半径的0.0073倍，密度达3.8×10^{9} kg/m³。这是最早发现的白矮星。

在太阳或者行星的引力场中，由爱因斯坦或牛顿的理论得出的引力没有很大的差别。但是宇宙中有一些天体，例如白矮星，它们的质量接近太阳，半径却与地球差不多，因此密度高达 $10^{8}\sim10^{10}$ kg/m³，中子星的密度更达 $10^{16}\sim10^{19}$ kg/m³。这些天体表面的引力比我们常见的引力强得多，牛顿的引力理论已经不适用了。

对于这样的科学发展过程，爱尔兰作家萧伯纳曾诙谐地说：“科学总是从正确走向错误。”这种调侃对于人类的认识过程不失为一种幽默的表述。

然而，历史上的科学成就不会被新的科学成就所否定，而是作为某些条件下的局部情形，被包括在新的科学成就之中。当物体的运动速度远小于光速 c 时，相对论物理学与经典物理学的结论没有区别；当另一个重要常数即“普朗克常量”可以忽略不计时，量子力学和经典力学的结论没有区别。相对论与量子力学都没有否定过去的科学，而只认为过去的科学是自己在一定条件下的特殊情形。

光速 $c = 3\times10^{8}$ m/s
普朗克常量 $h = 6.63\times10^{-34}$ J·s

相对论和量子力学是哪一种更广泛理论的特殊情形呢？我们现在还不知道……

科学足迹

牛顿的科学生涯

牛顿（Isaac Newton, 1643—1727）—— 伟大的科学家，经典力学理论体系的建立者，1643 年 1 月 4 日①诞生在英格兰的林肯郡。他少年时代喜欢摆弄机械，喜欢绘画、雕刻，尤其喜欢刻日晷，用以观看日影的移动，从而得知时刻。12 岁进中学，学习成绩并不出众，只是爱好读书，喜欢沉思，爱做小实验，对自然现象有好奇心。他还分门别类地记读书心得笔记，又喜欢别出心裁地做些小工具、小发明。他的中学校长和他的舅父独具慧眼，鼓励牛顿上大学读书。牛顿于 1661 年进入剑桥大学三一学院，1665 年获得学士学位。

① 即英国旧历 1642 年 12 月 25 日。

1665～1666年伦敦鼠疫流行，学校停课，牛顿回到故乡。牛顿在剑桥受到数学和自然科学的培养和熏陶，对探索自然现象产生了极浓厚的兴趣。就在躲避鼠疫这两年内，他在自然科学领域思潮奔腾，思考了前人从未想过的问题，创建了惊人的业绩。

1665年初，他创立了级数近似法和把任何幂的二项式化为一个级数的方法。同年11月，创立了微分学。次年1月，牛顿研究颜色理论，5月开始研究积分学。这一年内，牛顿还开始研究重力问题，并把重力与月球的运动、行星的运动联系起来考虑。他从开普勒定律出发，通过数学推导发现：使行星保持在它们轨道上的力，必定与行星到转动中心的距离的二次方成反比。由此可见，牛顿一生中最重大的科学思想，是在他二十多岁时思想敏锐的短短两年期间孕育、萌发和形成的。

牛顿于1684年8～10月先后写了《论运动》《论物体在均匀介质中的运动》，1687年出版了《自然哲学的数学原理》，1704年出版了《光学》。他在1727年去世前，说了一段有名的话："如果我所见到的比笛卡儿要远些，那是因为我站在巨人的肩上。"

牛顿所指的巨人及其成就，包括欧几里得的数学、阿基米德的静力学、开普勒的行星运动定律、伽利略的运动理论和实验结果，还包括惯性概念、笛卡儿的动量守恒、惠更斯的向心力，等等。在科学方法上，他以培根的实验归纳方法为基础，又吸收了笛卡儿的数学演绎体系，形成了以下比较全面的科学方法。

(1) 重视实验，从归纳入手。这是牛顿科学方法论的基础。他曾说过："为了决定什么是真理而去对可以解释现象的各种说法加以推敲，这种做法我认为是行之有效的……探求事物属性的准确方法是从实践中把它们推导出来。"牛顿本人在实验上具有高度的严谨性和娴熟的技巧，在《原理》一书中他描述了大量实验。

(2) 为了使归纳成功，不仅需要可靠的资料与广博的知识，而且要有清晰的逻辑头脑。首先要善于从众多的事实中挑选出几个最基本的要素，形成深刻反映事物本质的概念，然后才能以此为基石找出事物之间的各种联系并得出结论。牛顿在谈到自己的工作方法的奥秘时说，要"不断地对事物深思"。

伽利略和笛卡儿、惠更斯等已经用位移、速度、加速度、动量等一系列科学概念代替了古希腊人模糊不清的自然哲学概念；牛顿的功绩是，在把它们系统化的同时贡献出两个关键性的概念："力"和"质量"。他把质量与重量区别开来，并把质量分别与惯性和引力相联系。牛顿综合了天体和地面上物体的运动规律，形成了深刻反映事物本质的科学体系。

(3) 事物之间的本质联系只有通过数学才能归纳为能够测量、应用和检验的公式和定律。牛顿的数学才能帮助他解决了旁人解不开的难题。他把上述基本概念定义为严格的物理量，并且创造出新的数学工具来研究变量与时间的关系，从而建立了运动三定律和万有引力定律。

此外，牛顿勤奋学习的精神，积极思索、耐心试验，以及年复一年坚持不懈地集中思考某一问题等优秀品质，也是他取得伟大成就的内在因素。

牛顿还有一句名言："我不知道世人怎么看，但在我自己看来，我只不过是一个在海滨玩耍的小孩，不时地为比别人找到一块更光滑、更美丽的卵石和贝壳而感到高兴，而在我面前的真理的海洋，却完全是个谜。"从这句话中，我们可以窥见他那博大深邃的精神境界。

当然，并非他做的每件事都值得尊重。他有许多年陷入炼金术及其他神秘探索，也很难包容持不同意见的人。他犯过的错误和性格上的弱点也许比人们知道的更多，但他仍是一位无与伦比的巨人。

1727年3月31日凌晨一点多，牛顿在睡梦中溘然长逝，终年84岁。他被安葬在威斯敏斯特教堂，那是英国人安葬英雄的地方。

问题与练习

1. 有些情况下，经典力学的结论会与事实有很大的偏差，以至于不再适用。请说出哪些情况下经典力学显现了这样的局限性。

2. 根据狭义相对论，当物体以速度 v 运动时，它的质量 m 大于静止时的质量 m_0，两者的关系为 $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$。处理问题时若仍然使用 m_0 的数值，便会发生一定的误差。问：当物体的速度 v 达到多大时，m 相对 m_0 才会有 1% 的误差？

物理学的任务是发现普遍的自然规律。因为这样的规律的最简单的形式之一表现为某种物理量的不变性，所以对于守恒量的寻求不仅是合理的，而且也是极为重要的研究方向。

——劳厄[1]

第七章 机械能守恒定律

任何人类活动都离不开能量。例如，现代化的生活离不开电厂供应的电能；现代交通离不开燃料燃烧释放的化学能；核电站要利用原子核裂变时释放的核能；人类生活需要摄入食物中的化学能；植物的生长依赖太阳能……

在长期的科学实践中，人类已经建立起各种形式的能量概念及其量度的方法，如动能、势能、电磁能、核能等等，并且发现不同形式的能量可以互相转化，在转化过程中遵从能量守恒这个基本原理。

这章我们要研究的，是动能、势能及其相互转化的规律。

① 劳厄（Max Theodor Felix von Laue, 1879—1960），德国物理学家，诺贝尔物理学奖获得者。他首先用晶体对X射线的衍射来研究晶体，并由此证明了X射线的波动性。

1 追寻守恒量——能量

诺贝尔物理学奖获得者费恩曼曾说："有一个事实，如果你愿意，也可以说是一条定律，支配着至今所知的一切自然现象……这条定律称做能量守恒定律。它指出：有某一个量，我们把它称为能量，在自然界经历的多种多样的变化中它不变化。那是一个最抽象的概念……"

然而，正是这个最抽象的概念，却是物理学中最重要，意义也最深远的概念之一。

能量的概念是人类在对物质运动规律进行长期探索中建立的。所有自然现象都涉及能量，人类任何活动都离不开能量：流动的江水具有动能；高处水库里的水具有势能；现代化的生活离不开电能；现代交通工具离不开燃料燃烧释放的化学能；核电站要利用原子核裂变时释放的核能；人的生命需要摄入食物中的化学能；绿色植物的生长需要太阳能……这还只是无数事例中的一小部分，可见能量无处不在，并且不同形式的能量可以互相转化。

能量对于科学事业和日常生活有着巨大的影响，但要用一句话说清楚能量究竟是什么却非易事。这也许是牛顿未能把"能量"这一概念留给我们的原因。但是在牛顿之前，我们就能在力学领域发现它的萌芽。例如，能量及其守恒的思想，在伽利略的实验中(图7.1-1)已经显现出来了。

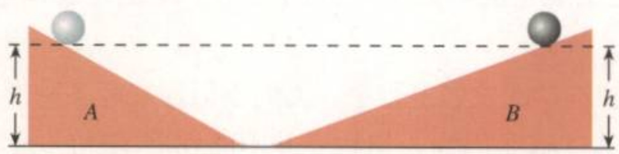


图 7.1-1 小球速度变为 0 时的高度与它出发时的高度相同

在这个实验中，小球一旦沿斜面 A 滚落，它就要继续滚上另一个斜面 B。重要的是，伽利略发现了具有启发性的事实：无论斜面 B 比斜面 A 陡些或缓些，小球的速度最后总会在斜面上的某点变为 0，这点距斜面底端的竖直高度与它出发时的高度相同。看起来，小球好像"记得"自己起始的高度，或与高度相关的某个量。然而，"记得"并不是物理学的语言，后来的物理学家把这一事实说成是"某个量是守恒的"，并且把这个量叫做**能量(energy)**或**能**。

> 科学概念的力量在于它具有解释和概括一大类自然现象的能力。在这方面能量概念的作用十分突出。

图 7.1-2 被举高的物体具有势能

当伽利略把小球从桌面提高到起始点的高度时，他赋予小球一种形式的能量，我们称它为**势能(potential energy)**。**相互作用的物体凭借其位置而具有的能量叫做势能。**

伽利略释放小球后，小球开始运动，获得速度，当它到达斜面的底部时，已经处于桌面

的水平面上。以前由于它在桌面上方的某一高度而具有的势能，这时已经消失，但是，小球获得了运动。这个事实可以理解为：势能并未丢失，而是转化成另一种形式的能量，我们称它为**动能**(**kinetic energy**)。**物体由于运动而具有的能量叫做动能。**

图 7.1-3 运动的物体具有动能

当小球继续沿斜面 B 升高时，它会变慢，因而不断失去动能；但它的高度在增加，势能不断被“回收”。当小球速度最后变为 0 时，小球相对桌面的高度又达到它在实验起始时的高度，其全部动能都转化成势能。

如果不采用能量的概念，我们也可以利用以前的语言来描述这个实验。我们可以说：为了把小球从桌面提高到斜面上的某个位置，伽利略施加了与重力相反的力；当他释放小球时，重力使小球滚下斜面 A；在斜面的底部，小球由于惯性而滚上斜面 B。

但是，这样的描述不能表达一个最重要的事实：如果空气阻力和摩擦力小到可以忽略，小球必将准确地终止于它开始运动时的高度，不会更高一点，也不会更低一点。这说明某种“东西”在小球运动过程中是不变的，这个“东西”就是能量。

能量概念的引入是科学前辈们追寻守恒量的一个重要事例。

伽利略的斜面实验使人们认识到引入能量概念的重要性，同时也提出了值得思考的问题：势能和动能如何定量地量度？如果不能回答这个问题，怎么能谈到它们的转化和守恒呢？

令人欣慰的是，在物理学的发展过程中，人们不但建立起各种形式的能量的概念，而且确定了它们的定量表达式，这是因为人们建立并不断发展了功的概念。

那么，功的概念是怎样建立的，我们又怎样计算它呢？

问题与练习

举出生活中的一个例子，说明不同形式的能量之间可以相互转化。你的例子是否向我们提示，转化过程中能的总量保持不变？

2 功

人类对于能量及其转化的认识与功的概念紧密相连。这是因为在一个过程中如果既存在做功的现象，也存在能量变化的现象，功的计算常常能够为能量的定量表达及能量的转化提供分析的基础。

功 功的概念起源于早期工业发展的需要。当时的工程师们需要一个比较蒸汽机效能的办法。在实践中大家逐渐认识到，当燃烧同样多的燃料时，机械举起的重量与举起高度的乘积可以用来量度机器的效能，从而比较蒸汽机的优劣，并把物体的重量与其上升高度的乘积叫做功。到了 19 世纪 20 年代，法国科学家科里奥利扩展了这一基本思想，明确地把作用于物体上的力和受力点沿力的方向的位移的乘积叫做“力的功”。


甲 货物在起重机的作用下重力势能增加了


乙 列车在机车的牵引下动能增加了


丙 握力器在手的压力下弹性势能增加了

图 7.2-1 如果物体在力的作用下能量发生了变化，这个力一定对物体做了功。

在学习初中物理时我们就已经跨越了历史的长河，认识到，一个物体受到力的作用，并在力的方向上发生了一段位移，这个力就对物体做了**功(work)**。起重机提起货物，货物在起重机拉力的作用下发生一段位移，拉力就对货物做了功。列车在机车的牵引力作用下发生一段位移，牵引力就对列车做了功。用手压缩弹簧，弹簧在手的压力下发生形变，也就是产生了一段位移，压力就对弹簧做了功。可见，**力和物体在力的方向上发生的位移，是做功的两个不可缺少的因素**。

在物理学中，如果力的方向与物体运动的方向一致，如图7.2-2，我们就把功定义为力的大小与位移大小的乘积。用F表示力的大小，用l表示位移的大小，用W表示力F所做的功，则有

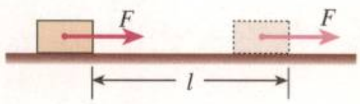


图7.2-2 如果力的方向与位移的方向一致，功等于力的大小与位移大小之积。

$$W=Fl$$

当力F的方向与运动方向成某一角度时(图7.2-3)，可以把力F分解为两个分力：与位移方向一致的分力F_1，与位移方向垂直的分力F_2。设物体在力F的作用下发生的位移的大

小是 l，则分力 F_1 所做的功等于 $F_1 l$。分力 F_2 的方向与位移的方向垂直，物体在 F_2 的方向上没有发生位移，F_2 所做的功等于 0。因此，力 F 对物体所做的功 W 等于 $F_1 l$，而 $F_1 = F\cos\alpha$，所以

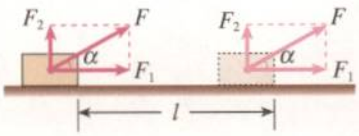


图 7.2-3 当力与位移之间有夹角 α 时，力所做的功是 $W = Fl\cos\alpha$。

$$W = Fl\cos\alpha$$

这就是说，**力对物体所做的功，等于力的大小、位移的大小、力与位移夹角的余弦这三者的乘积。**

功是标量。在国际单位制中，功的单位是**焦耳(joule)**，简称**焦**，符号是 J。1 J 等于 1 N 的力使物体在力的方向上发生 1 m 的位移时所做的功，所以

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N} \times 1\ \text{m} = 1\ \text{N}\cdot\text{m}$$

正功和负功 我们讨论一个力做功时可能出现的各种情形。

(1) 当 $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ 时，$\cos\alpha = 0$，$W = 0$。这表示力 F 的方向与位移 l 的方向垂直时，力 F 不做功。例如，物体在水平桌面上运动，重力 G 和支持力 F_N 都与位移方向垂直，这两个力都不做功(图7.2-4)。

(2) 当 $\alpha < \dfrac{\pi}{2}$ 时，$\cos\alpha > 0$，$W > 0$。这表示力 F 对物体做正功。例如，人用力拉车前进时，人的拉力 F 对车做正功(图7.2-5)。

(3) $\dfrac{\pi}{2} < \alpha \leqslant \pi$ 时，$\cos\alpha < 0$①，$W < 0$。这表示力对物体做负功。例如，推着小车跑动的人，到达目的地减速时，人向后拉车的力 F 对车做负功(图7.2-6)。

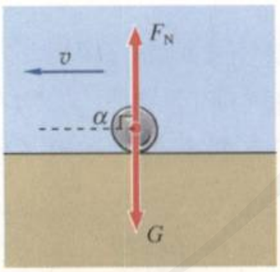


图7.2-4 $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$，重力、支持力不做功。

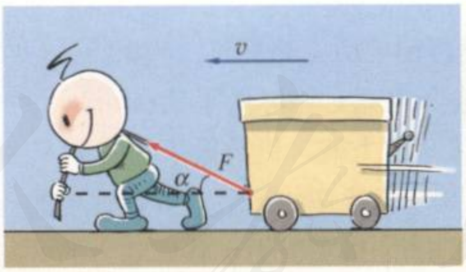


图 7.2-5 $\alpha < \dfrac{\pi}{2}$，人的拉力做正功。

图7.2-6 $\dfrac{\pi}{2} < \alpha \leqslant \pi$，人的拉力做负功。

某力对物体做负功，往往说成“物体克服某力做功”(取绝对值)。这两种说法的意义是等同的。例如，竖直向上抛出的球，在向上运动的过程中，重力对球做负功，可以说成“球克服重力做功”。汽车关闭发动机以后，在阻力的作用下逐渐停下来，阻力对汽车做负功，可以说成“汽车克服阻力做功”。

① 大于 $\dfrac{\pi}{2}$，小于或等于 π 的角，它的余弦是负数。这个结论在数学课中可以学到。

当一个物体在几个力的共同作用下发生一段位移时，这几个力对物体所做的总功，等于各个力分别对物体所做功的代数和。可以证明，它也就是这几个力的合力对物体所做的功。

做一做

证明：几个力对一个物体做功的代数和，等于这几个力的合力对这个物体所做的功。

例题 一个质量 $m=150\ \text{kg}$ 的雪橇，受到与水平方向成 $\theta=37^\circ$ 角斜向上方的拉力 $F=500\ \text{N}$，在水平地面上移动的距离 $l=5\ \text{m}$（图7.2-7）。雪橇与地面间的滑动摩擦力 $F_{阻}=100\ \text{N}$。求力对雪橇做的总功。

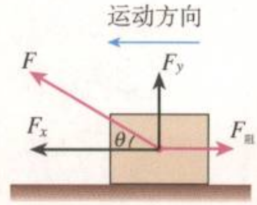


图7.2-7 求拉力和摩擦力对雪橇所做的总功

分析 雪橇受到的重力和支持力沿竖直方向，与雪橇运动方向垂直，不做功。

拉力 F 可以分解为水平方向和竖直方向的两个分力，竖直方向的分力与运动方向垂直，不做功，所以力对雪橇做的总功为拉力的水平分力和阻力所做的功的代数和。

解 拉力在水平方向的分力为$F_x=F\cos 37^\circ$，它做的功为

$$W_1=F_x l=Fl\cos 37^\circ$$

摩擦力与运动方向相反，它做的功为负功

$$W_2=-F_{阻}l$$

力对物体做的总功为二者的代数和，即

$$W=W_1+W_2=Fl\cos 37^\circ-F_{阻}l$$

把题目所给的数值以及查表所得 $\cos 37^\circ\approx 0.798\,6$ 的值代入，得

$$W=1\,500\ \text{J}$$

力对雪橇做的总功是 1 500 J。

问题与练习

1. 图 7.2-8 表示物体在力 F 的作用下在水平面上发生了一段位移 x，分别计算这三种情形下力 F 对物体做的功。设这三种情形下力 F 和位移 x 的大小都是一样的：$F=10\ \text{N}$，$x=2\ \text{m}$。角 θ 的大小如图所示。

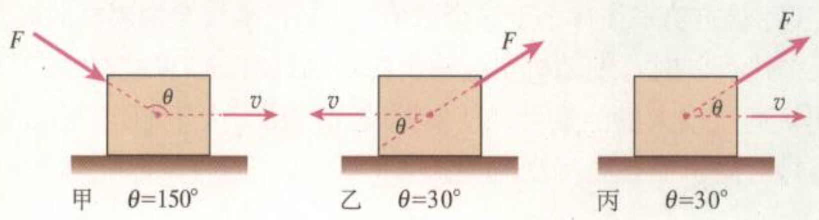


图 7.2-8 分别计算力 F 所做的功

2. 用起重机把重量为2.0×10^4 N的物体匀速地提高了5 m，钢绳的拉力做了多少功？重力做了多少功？物体克服重力做了多少功？这些力做的总功是多少？

3. 一位质量$m=60$ kg的滑雪运动员从高$h=10$ m的斜坡自由下滑。如果运动员在下滑过程中受到的阻力$F=50$ N，斜坡的倾角$\theta=30°$，运动员滑至坡底的过程中，所受的几个力做的功各是多少？这些力做的总功是多少？

4. 一个重量为10 N的物体，在15 N的水平拉力的作用下，一次在光滑水平面上移动0.5 m，另一次在粗糙水平面上移动相同的距离，粗糙面与物体间的动摩擦因数为0.2。在这两种情况下，拉力做的功各是多少？拉力这两次做的功是否相同？各个力对物体做的总功是否相同？

3 功率

功率 力是一个物体对另一物体的作用，所以，当我们说某力对物体做功时，实际上是指一个物体对另一个物体做功。

不同物体做相同的功，所用的时间往往不同，也就是说，做功的快慢并不相同。某起重机能在1 min内把1 t货物提到预定的高度，另一台起重机只用30 s就可以做相同的功，第二台起重机比第一台做功快一倍。

在物理学中，做功的快慢用功率表示。如果从开始计时到时刻t这段时间间隔内，力做的功为W，则功W与完成这些功所用时间t的比值叫做**功率**(**power**)。用P表示功率，则有

“从开始计时到时刻t”这段时间间隔为$\Delta t=t-0=t$。这就好像对于一个沿x轴运动的质点，既可以用x表示它的坐标，又可以用x表示它对于原点的位移。

$$P=\frac{W}{t} \tag{1}$$

在国际单位制中，功率的单位是**瓦特**(**watt**)，简称瓦，符号是W。1 W = 1 J/s。瓦这个单位比较小，技术上常用**千瓦**(kW)做功率的单位，1 kW = 1 000 W。

电动机、内燃机等动力机械常常标有额定功率①，这是在额定转速下可以较长时间工作时输出的功率。实际输出功率往往小于这个数值。例如，某汽车内燃机的额定功率是97 kW，但在平直公路上中速行驶时，发动机实际输出的功率只有20 kW左右。在特殊情况下，例如越过障碍时，司机通过增大供油量可以使实际输出的功率大于额定功率，但这对发动机有害，只能工作很短时间，而且要尽量避免。

① 有些动力机械的技术参数表只给出最大功率，没有额定功率。

说一说

各种机器实际输出的功率常随时间变化，因此有平均功率与瞬时功率之分。(1)式中，t 等于从计时开始到时刻 t 的时间间隔，W 是力在这段时间内做的功，所以(1)式中的 P 实际上是这段时间的平均功率。如果我们要表示瞬时功率与功、时间的关系，(1)式应该怎样改写？

功率与速度 力、位移、时间都与功率相联系，这种联系在技术上具有重要意义。

如果物体沿位移方向受的力是 F，从计时开始到时刻 t 这段时间内，发生的位移是 l，则力在这段时间所做的功是 $W=Fl$，根据(1)式，有

$$P=\frac{W}{t}=\frac{Fl}{t}$$

由于位移 l 是从开始计时到时刻 t 这段时间内发生的，所以 $\frac{l}{t}$ 是物体在这段时间内的平均速度，即 $\frac{l}{t}=v$，于是上式可以写成

$$\boxed{P=Fv} \qquad (2)$$

可见，一个力对物体做功的功率，等于这个力与受力物体运动速度的乘积。

做一做

从以上推导过程来看，$P=Fv$ 中的速度 v 是物体的平均速度，所以这里的功率 P 是指从计时开始到时刻 t 的平均功率。实际上，这个关系式也反映了瞬时速度与瞬时功率的关系。你可以试着推导这个结论，要注意下面两点。

(1) 如果 Δt 时间内做的功是 ΔW，那么当 Δt 很短很短时，$P=\frac{\Delta W}{\Delta t}$ 表示的就是瞬时功率。

(2) 如果力的大小是 F，在上述 Δt 时间内，在力的方向上发生的位移是 Δl，由于力 F 在这么短的时间内不会发生很大变化，所以它做的功可以写成 $\Delta W=F\Delta l$。

从 $P=Fv$ 可以看出，汽车、火车等交通工具和各种起重机械，当发动机的功率 P 一定时，牵引力 F 与速度 v 成反比，要增大牵引力，就要减小速度。

汽车发动机的转动通过变速箱中的齿轮传递到车轮上，转速比可以通过变速杆来改变。发动机输出的功率不能无限制地增大，所以汽车上坡时，司机要用“换挡”的办法减小速度，来得到较大的牵引力。在平直公路上，汽车受到的阻力较小，这时就可以使用较高转速比的挡位，在发动机功率相同的情况下使汽车获得较高的速度。

甲 手动变速杆

乙 有些汽车的转速比可以根据发动机的转速自动改变，但司机也能通过这个操纵杆进行干预。

图 7.3-1 汽车的变速杆

然而，在发动机功率一定时，通过减小速度提高牵引力或通过减小牵引力而提高速度，效果都是有限的。所以，要提高速度和增大牵引力，必须提高发动机的额定功率，这就是高速火车、汽车和大型舰船需要大功率发动机的原因。

图 7.3-2 汽车爬坡时必须使用低速挡

例题 某型号汽车发动机的额定功率为 60 kW，在水平路面上行驶时受到的阻力是 1 800 N，求发动机在额定功率下汽车匀速行驶的速度。在同样的阻力下，如果行驶速度只有 54 km/h，发动机输出的实际功率是多少？

分析 发动机的额定功率是汽车长时间行驶时所能发出的最大功率。实际功率不一定总等于额定功率，大多数情况下输出的实际功率都比额定功率小，但在需要时，短时间也可以输出更大的功率。这个例题的两问分别属于两种不同的情况，应该注意这点。

此外，同一辆汽车，速度越大时空气的阻力越大，题中说“在同样的阻力下”，表明本题对于较低速度行驶时发动机的功率只要求估算。

解 汽车在水平路面上以额定功率 $P=60$ kW 匀速行驶时，受到的阻力是 $F=1\,800$ N。由于

$$P=Fv$$

所以

$$v=\frac{P}{F}=\frac{60\,000}{1\,800}\ \text{m/s}=33.3\ \text{m/s}=120\ \text{km/h}$$

如果汽车加速行驶，结果会有什么不同？

汽车以额定功率匀速行驶时的速度为 120 km/h。以较低的速度行驶时

$$v=54\ \text{km/h}=15\ \text{m/s}$$

于是

$$P=Fv=1\,800\times 15\ \text{W}=27\ \text{kW}$$

以 54 km/h 的速度行驶时，发动机输出的实际功率为 27 kW。

做一做

你家里可能有洗衣机、理发用的吹风机，还可能有吸尘器、电动剃须刀；附近的机井上面有水泵，拖拉机、汽车上面有发动机，小工厂里面有电动机……

调查你周围的各种机械的功率。机械的功率与它们的体积有没有关系？与它们的耗电量（耗油量）有没有关系？

如果能够见到的机械很少，你还有别的办法。可以收集各种说明书，也可以从报纸的广告上了解它们的功率，并能了解到功率的大小与它们的效能之间的某种联系。

问题与练习

1. 一台电动机工作时的功率是 10 kW，要用它匀速提升 2.7×10^4 kg 的货物，提升的速度将是多大？
2. 一台抽水机每秒能把 30 kg 的水抽到 10 m 高的水塔上，如果不计额外功的损失，这台抽水机输出的功率是多大？如果保持这一输出功率，半小时内能做多少功？
3. 有一个力 F，它在不断增大。某人以此为条件，应用 $P = Fv$ 进行了如下推导。

   根据 $P = Fv$，F 增大则 P 增大；又根据 $v = \dfrac{P}{F}$，P 增大则 v 增大；再根据 $F = \dfrac{P}{v}$，v 增大则 F 减小。

   这个人推导的结果与已知条件相矛盾。他错在哪里？
4. 质量为 m 的汽车在平直公路上行驶，阻力 F 保持不变。当它以速度 v、加速度 a 加速前进时，发动机的实际功率正好等于额定功率，从此时开始，发动机始终在额定功率下工作。

   (1) 汽车的加速度和速度将如何变化？说出理由。

   (2) 如果公路足够长，汽车最后的速度是多大？

4 重力势能

这一节我们定量地研究重力势能，为此首先要确定重力势能的表达式。

正如前述，物体由于被举高而具有重力势能，它的质量越大、所处的位置越高，重力势能就越大。重力势能的表达式应该符合这些特征。

另一方面，当物体的高度发生变化时，重力要做功：物体下降时重力做正功；物体被举高时重力做负功。因此，认识重力势能不应脱离对重力做功的研究。

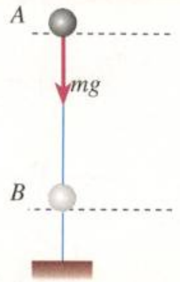


图 7.4-1 物体竖直向下运动，高度从 h_1 降为 h_2。

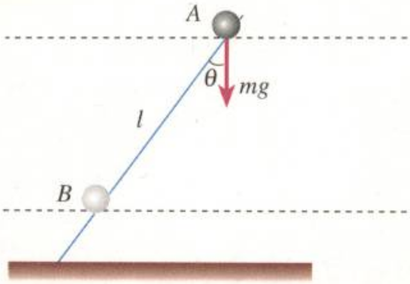


图7.4-2 物体沿倾斜直线向下运动，高度从h_1降为 h_2。

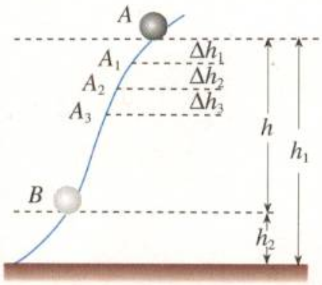


图7.4-3 物体沿任意路径向下运动，高度从 h_1 降为 h_2。(图中没有画出重力的方向。)

重力做的功 设一个质量为m的物体，从高度是 h_1 的位置，竖直向下运动到高度是 h_2 的位置，如图7.4-1，这个过程中重力做的功是

$$W_G=mgh=mgh_1-mgh_2$$

再看另一种情况。质量为 m 的物体仍然从上向下运动，高度由 h_1 降为 h_2，但这次不是沿竖直方向，而是沿着倾斜的直线向下运动，如图 7.4-2。

假设所说“倾斜的直线”是个斜面，斜面是否光滑对计算“重力做的功”有影响吗?

物体沿倾斜直线运动的距离是 l，在这一过程中重力做的功是

$$W_G=mg\cos\theta\cdot l=mgh=mgh_1-mgh_2$$

上面两种情况中，尽管物体运动的路径不同，但高度的变化是一样的，而且重力做的功也是一样的。

假设这个物体沿任一路径由高度是 h_1 的起点 A，运动到高度是 h_2的终点 B，如图7.4-3。我们把整个路径分成许多很短的间隔

$$AA_1,\ A_1A_2,\ A_2A_3\ ,\cdots$$

由于每一段都很小，因而都可以近似地看做一段倾斜的直线。设每段小斜线的高度差分别是

$$\Delta h_1,\ \Delta h_2,\ \Delta h_3\ ,\cdots$$

则物体通过每段小斜线时重力做的功分别为

$$mg\Delta h_1,\ mg\Delta h_2,\ mg\Delta h_3\ ,\cdots$$

物体通过整个路径时重力做的功，等于重力在每小段上所做的功的代数和，即

$$\begin{aligned}W_G&=mg\Delta h_1+mg\Delta h_2+mg\Delta h_3+\cdots\\&=mg(\Delta h_1+\Delta h_2+\Delta h_3+\cdots)\\&=mgh\\&=mgh_1-mgh_2\end{aligned}$$

这里的分析表明，**物体运动时，重力对它做的功只跟它的起点和终点的位置有关，而跟物体运动的路径无关**，功的大小等于物重跟起点高度的乘积 mgh_1与物重跟终点高度的乘积 mgh_2 两者之差。

看起来，物体所受的重力 mg 与它所处位置的高度 h 的乘积“mgh”，是一个具有特殊意义的物理量。

重力势能 mgh 这个物理量的特殊意义在于它一方面与重力做的功密切相关，另一方面它随着高度的增加而增加、随着质量的增加而增加，恰与势能的基本特征一致。因此，我们把物理量 mgh 叫做物体的**重力势能(gravitational potential energy)**，常用 E_p 表示，即

$$E_p = mgh \tag{1}$$

上式表明，**物体的重力势能等于它所受重力与所处高度的乘积。**

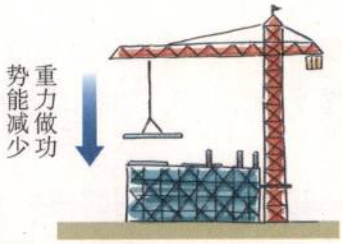


图7.4-4 物体向下运动，重力做正功，势能减少。

与其他形式的能一样，重力势能也是标量，其单位与功的单位相同，在国际单位制中都是焦耳，符号为J。

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m} = 1\,\mathrm{N \cdot m}$$

有了重力势能的表达式，重力做的功与重力势能的关系可以写为

$$W_G = E_{p1} - E_{p2} \tag{2}$$

其中 $E_{p1} = mgh_1$ 表示物体在初位置的重力势能，$E_{p2} = mgh_2$ 表示物体在末位置的重力势能。

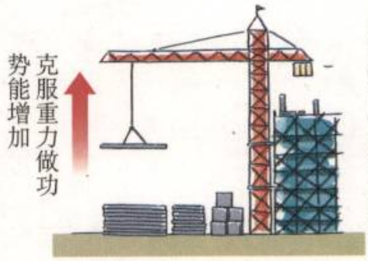


图 7.4-5 物体向上运动，重力做负功，势能增加。

当物体由高处运动到低处时，重力做正功，重力势能减少，也就是 $W_G > 0$，$E_{p1} > E_{p2}$。重力势能减少的数量等于重力做的功。

当物体由低处运动到高处时，重力做负功(物体克服重力做功)，重力势能增加，也就是 $W_G < 0$，$E_{p1} < E_{p2}$。重力势能增加的数量等于物体克服重力所做的功。

说一说

如果重力做的功与路径有关，即对应于同样的起点和终点，重力对同一物体所做的功，随物体运动路径的不同而不同，我们还能把 mgh 叫做物体的重力势能吗？为什么？

图 7.4-6 如果重力做功与路径有关，还能把 mgh 叫做重力势能吗？

重力势能的相对性 物体的高度 h 总是相对于某一水平面来说的，实际上是把这个水平面的高度取做0。因此，物体的重力势能也总是相对于某一水平面来说的，这个水平面叫做参考平面。在参考平面，物体的重力势能取做0。

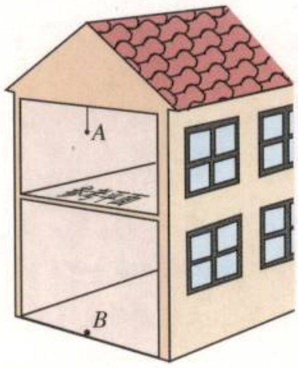


图 7.4-7 以二楼的地面做参考平面，二楼房间里的物体 A 具有正的重力势能，一楼房间里的物体 B 具有负的重力势能。

选择哪个水平面做参考平面，可视研究问题的方便而定。通常选择地面为参考平面。

选择不同的参考平面，物体重力势能的数值是不同的，但这并不影响问题的研究，因为在与重力势能相关的问题中，有价值的是势能的差值，而选择不同的参考平面对这个差值没有影响。

对选定的参考平面而言，上方物体的高度是正值，重力势能也是正值；下方物体的高度是负值，重力势能也是负值。负值的重力势能，表示物体在这个位置具有的重力势能要比在参考平面上具有的重力势能小。

势能是系统所共有的 必须指出的是，重力势能跟重力做功密切相关，而重力是地球与物体之间的相互作用力。也就是说，倘若没有地球，就谈不上重力。所以，严格说来，重力势能是地球与物体所组成的物体“系统”所共有的，而不是地球上的物体单独具有的。

除了重力势能，还有其他形式的势能。任何形式的势能，都是物体系统由于其中各物体之间，或物体内的各部分之间存在相互作用（力）而具有的能，是由各物体的相对位置决定的。例如，分子之间由于存在相互作用而具有势能，叫做分子势能，由分子间的相对位置决定；电荷之间由于存在相互作用而具有势能，叫做电势能，由电荷间相对位置决定。分子势能或电势能分别属于分子或电荷组成的系统，不是一个分子或一个电荷单独具有的。

问题与练习

1. 图 7.4-8 中的几个斜面，它们的高度相同、倾角不同。让质量相同的物体沿斜面从顶端运动到底端。试根据功的定义计算沿不同斜面运动时重力做的功，以证明这个功与斜面的倾角无关。

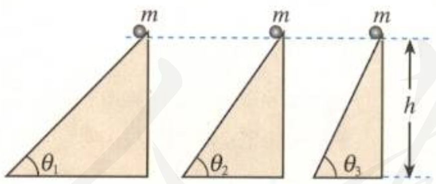


图 7.4-8 分别计算物体沿不同斜面运动时重力做的功

图 7.4-9 研究重力做的功和足球的势能

2. 如图 7.4-9，质量为 m 的足球在地面 1 的位置被踢出后落到地面 3 的位置，在空中达到的最高点 2 的高度为 h。

(1) 足球由位置 1 运动到位置 2 时，重力做了多少功？足球克服重力做了多少功？足球的重力势能增加了多少？

(2) 足球由位置 2 运动到位置 3 时，重力做了多少功？足球的重力势能减少了多少？

(3) 足球由位置1运动到位置3时，重力做了多少功？足球的重力势能变化了多少？

3. 如图7.4-10，质量 $m = 0.5$ kg 的小球，从桌面以上高 $h_1 = 1.2$ m 的 A 点下落到地面的 B 点，桌面高 $h_2 = 0.8$ m。

(1) 在表格的空白处按要求填入数据。

(2) 如果下落时有空气阻力，表格中的数据是否应该改变？

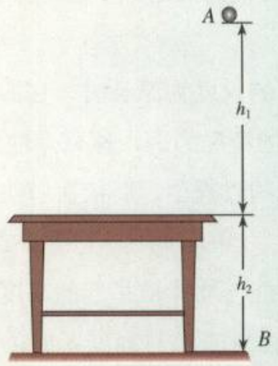


图7.4-10 研究重力的功和小球的势能

所选择的参考平面	小球在 A 点的重力势能	小球在 B 点的重力势能	整个下落过程中小球重力做的功	整个下落过程中小球重力势能的变化
桌面				
地面				

4. 以下说法是否正确？如果正确，说出一种可能的实际情况；如果不正确，说明这种说法为什么错。

A. 物体受拉力作用向上运动，拉力做的功是1 J，但物体重力势能的增加量不是1 J。

B. 物体受拉力作用向上匀速运动，拉力做的功是1 J，但物体重力势能的增加量不是1 J。

C. 物体运动，重力做的功是 -1 J，但物体重力势能的增加量不是1 J。

D. 没有摩擦时物体由 A 沿直线运动到 B，克服重力做的功是1 J，有摩擦时物体由 A 沿曲线运动到 B，克服重力做的功大于1 J。

5 探究弹性势能的表达式[①]

卷紧的发条、拉长或压缩的弹簧、拉开的弓、正在击球的网球拍、撑杆跳高运动员手中弯曲的杆，等等，这些物体都发生了弹性形变，每个物体的各部分之间都有弹力的相互作用。

图7.5-1 发生弹性形变的物体具有弹性势能

发生弹性形变的物体的各部分之间，由于有弹力的相互作用，也具有势能，这种势能叫做**弹性势能**（**elastic potential energy**）。

在讨论重力势能的时候，我们先分析重力做功的情况，由此入手

① 学习这节时，要着重体会探究的过程和所用的方法，复习用到的知识，不要求掌握探究的结论，更不要求用弹性势能的表达式解题。

得出了重力势能的表达式。在探究弹性势能的表达式时，可以参考对重力势能的讨论，先分析弹力做功的情况。

当弹簧的长度为原长时，它的弹性势能为0，弹簧被拉长或被压缩后，就具有了弹性势能。我们以弹簧被拉长的情况为例，探究弹性势能的表达式。

在探究的过程中，要依次解决下面几个问题。

(1) 弹性势能的表达式可能与哪几个物理量有关?

重力势能与物体被举起的高度 h 有关，所以弹性势能很可能与弹簧被拉伸的长度 l 有关。有什么样的关系？重力势能 E_p 与高度 h 成正比例，对于弹性势能，尽管也会是“拉伸的长度越大，弹簧的弹性势能也越大”，但会是正比例关系吗？不一定，因为对于同一个弹簧，拉得越长，所用的力就越大，而要举起同一个重物，所用的力并不随高度变化。

甲 举重时杠铃所受的重力与它的位置高低无关　　乙 弹簧的弹力与它伸长的多少有关

图 7.5-2 弹力与重力的变化规律不一样，弹性势能与重力势能的表达式很可能也不一样。

即使拉伸的长度 l 相同，不同弹簧的弹性势能也不会一样，因为不同弹簧的“软硬”并不一样，即劲度系数 k 不同。这点也应在弹性势能的表达式中反映出来，而且应该是，在拉伸长度 l 相同时，k 越大，弹性势能越大。

这两个猜测并不能准确地告诉我们弹性势能的表达式，但如果探究的结果与这些猜测相矛盾，意味着很可能出现了错误，需要慎重地“**评估**”探究的各个环节。

(2) 弹簧的弹性势能与拉力做的功有什么关系?

我们一贯的思想是：研究做功对某种能量的影响，从而了解这种能量。在这个问题中则是考虑，怎样由拉力做的功得出弹性势能的表达式。

(3) 怎样计算拉力做的功?

在地面附近，重力的大小、方向都相同，所以不管物体移动的距离大小，重力做的功都可以简单地用重力与物体在竖直方向移动距离的乘积来表示。

对于弹力，情况要复杂些。弹簧拉伸的距离 l 越长，拉力 F 越大，即

$$F=kl$$

这时不妨利用以前计算匀变速直线运动物体位移的经验。那时候想用速度与时间相乘得到位移，但速度在变化，于是我们把整个运动过程划分成很多小段，每个小段中物体速度的变化都很小，可以近似地用小段中任意一个时刻的速度与这个小段时间间隔相乘得到这小段位移的近似值，然后把各小段位移的近似值相加。当各小段分得非常非常小时，得到的就是匀变速直线运动的位移表达式了。

请复习《物理必修1》第二章第3节。

对于弹力做功，可以用类似的方法做如下处理。

如图7.5-3，弹簧从 A 拉伸到 B 的过程被分成很多小段，它们的长度是

$$\Delta l_1,\ \Delta l_2,\ \Delta l_3,\cdots$$

在各个小段上，拉力可以近似认为是不变的，它们分别是

$$F_1,\ F_2,\ F_3,\cdots$$

所以，在各个小段上，拉力做的功分别是

$$F_1\Delta l_1,\ F_2\Delta l_2,\ F_3\Delta l_3,\cdots$$

拉力在整个过程中做的功可以用它在各小段做功之和来代表

$$F_1\Delta l_1+F_2\Delta l_2+F_3\Delta l_3+\cdots$$

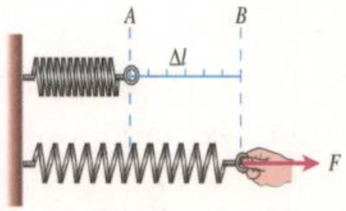


图 7.5-3 把拉伸弹簧的过程分为很多小段，拉力在每小段可以认为是恒力，它在各段做功之和可以代表拉力在整个过程做的功。

(4) 怎样计算这个求和式？

在处理匀变速直线运动的位移时，我们曾经利用 v-t 图象下梯形的面积来代表位移，这里是否可以用 F-l 图象下一个梯形的面积来代表功？

……

沿着这样的思路，你可以通过自己的探究得到弹性势能的表达式。

6 实验：探究功与速度变化的关系

为了定量讨论与动能相关的问题，必须找出动能的表达式。

出于对动能的粗浅认识，我们知道它的表达式中应该包含速度，而且两者的关系是“速度 v 越大、动能 E_k 也越大”。但动能是与速度的一次方成正比呢，还是与速度的二次方成正比？或者它们之间具有更复杂的函数关系？这是需要探索的。

物体能量的变化往往跟力做的功相关联。因此如果在某个过程中物体的能量改变了，研究这个过程中的功往往是解决问题的正确途径。在研究重力势能和弹性势能时我们就是这样做的。

对于与动能相关的问题来说，对物体做功意味着物体的速度发生变化，因此本节我们通过实验探究力对物体做的功与物体速度变化的关系，希望由此找到动能表达式的线索。

力对物体做功会改变它的动能，力对物体做功会改变它的速度。本节的实验力图通过“功”这个桥梁把动能与速度联系起来，探索它们之间的定量关系。

探究的思路 我们以平板上的小车为研究对象，使它在力的作用下从静止开始运动；测量力的大小及小车在力的作用下运动的距离，可以计算力做的功。

如果力的大小改变了，或者小车在力的作用下运动的距离改变了，力对小车做的功也会改变，小车获得的速度就会不同，由此能够得到功与速度的几组数据。

以牵引力对小车做的功 W 为纵坐标，小车获得的速度 v 为横坐标，作出 W-v 图象，即功—速度图象。分析这个图象，可以了解两者的定量关系。

用打点计时器能够很容易地测量小车的速度。这个实验的关键是为小车提供可测量的(或者虽不能测量但可以定量地比较大小的)作用力。以下两个案例可供参考。

参考案例一

如图7.6-1，由重物通过滑轮牵引小车，当小车的质量比重物大很多时，可以把重物所受的重力当做小车受到的牵引力。小车运动的距离可以由纸带测出。改变重物的质量或者改变小车运动的距离，也就改变了牵引力做的功。

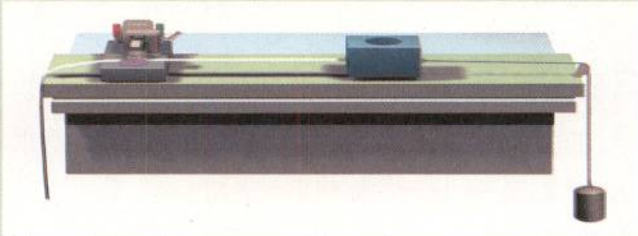


图7.6-1 由重物提供牵引力

参考案例二

如图7.6-2，使小车在橡皮筋的作用下弹出。

第二次、第三次……操作时分别改用2根、3根……同样的橡皮筋，并使小车从同样的位置被弹出；那么，橡皮筋对小车做的功一定是第一次的2倍、3倍……测出小车被弹出后的速度，能够找到牵引力对小车做的功与小车速度的关系。

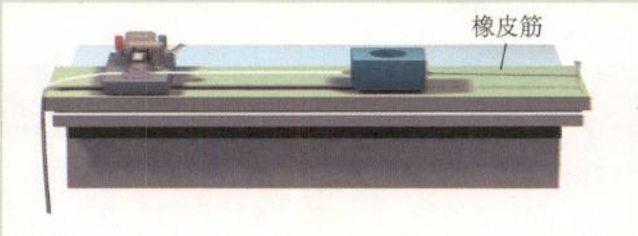


图7.6-2 由橡皮筋提供牵引力

操作与作图的技巧 小车运动中会受到阻力，可以使木板略微倾斜，作为补偿。木板应该倾斜到什么程度？想一想，试一试。

在第二个方案中，橡皮筋对小车的力是变化的，难以测量它做的功。其实，绘制 W-v 图象时，不一定需要功的具体数值，纵坐标也不必以“焦耳”为单位。在图中选取合适的长度，以它为单位，代表一条橡皮筋对它做的功；当用两条橡皮筋时，所做的功就用两个单位表示……作图时适当选取单位可以使图形简洁，也便于分析。

如果用气垫导轨和滑块代替平板和小车，用光电计时器和滑块上的挡板测速度，实验会精确得多。

数据的处理 如果作出的功—速度曲线是一条直线，表明牵引力做的功与小车获得的速度的关系是正比例关系，即 $W\propto v$；如果不是直线，那么可能是 $W\propto v^2$、$W\propto v^3$，甚至

$W \propto \sqrt{v}$…… 到底是哪种关系？当然可以根据测得的一组速度分别按 v^2、v^3、$\sqrt{v}$……算出几组数值，逐一与 W 的数值对照，由此判断 W 与 v 可能的关系。

不过，这样做又麻烦又不直观，最好按下面的方法处理。

先对测量数据进行估计，或者作个 W-v 草图，大致判断两个量可能是什么关系。如果认为可能是 $W \propto v^2$，就对每个速度值算出它的二次方，然后以 W 为纵坐标、v^2 为横坐标作图（不是以 v 为横坐标）。如果这样作出的图象是一条直线，说明两者关系真的是 $W \propto v^2$……

想一想，前面哪个实验的数据处理曾经用过类似的方法？

做一做

利用数表软件进行数据处理

借助常用的数表软件，可以迅速准确地根据表中的数据作出 W-v 图象，甚至能够直接写出图象所代表的公式，而无需把图象变换为直线。下面以 WPS 数表软件为例做简要说明。

在 WPS 数表工作簿的某一列的单元格中依次输入几次测量的速度值，在相邻的一列输入对应的功。用鼠标选中这些数据后，依次按照"插入—图表—图表类型—xy 散点图……"的提示就能一步步地得到所画的图象。

要注意的是，操作过程中会出现"添加趋势线"对话框，其中的"类型"标签中有几种可选择的函数。我们这个实验的数据明显地不分布在一条直线上，所以应该逐次尝试二阶多项式、三阶多项式等类型。

说一说

在图 7.6-1 中，小车受到的牵引力 F 实际上小于重物的重量 G。道理是这样的：小车受到的牵引力与向上拉重物的力是相等的，都等于绳的张力；而重物在加速下落，可见绳的张力一定比重物受到的重力小。

分别对小车和重物应用牛顿第二定律列方程，消去加速度后可以得出牵引力 F 与重物重量 G 的关系。根据你的计算，说一说什么情况下可以近似用重物的重量 G 代表小车受到的牵引力 F。

7 动能和动能定理

动能的表达式 通过上节的实验，我们已经了解到一个特殊情形下力对物体做的功与物体速度变化的关系，即 $W \propto v^2$。根据做功与能量变化相关联的思想，这个结果实际上向我们**提示**：物体动能的表达式中**可能**包含 v^2 这个因子。本节我们再沿另一条线索探索物体动能的表达式，如果两者能够相互支持，做结论时就多一分把握。

设某物体的质量为 m，在与运动方向相同的恒力 F 的作用下发生一段位移 l，速度由 v_1 增加到 v_2，如图 7.7-1 所示。这个过程中力 F 做的功 $W=Fl$。

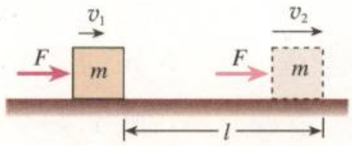


图7.7-1 物体在恒力作用下发生了一段位移，速度增加。

根据牛顿第二定律

$$F=ma$$

而 $v_2^2-v_1^2=2al$，即

$$l=\frac{v_2^2-v_1^2}{2a}$$

$v_2^2-v_1^2=2al$ 是匀变速运动的规律。这个物体的运动是匀变速运动吗？

把 F、l 的表达式代入 $W=Fl$，可得 F 做的功

$$W=\frac{ma(v_2^2-v_1^2)}{2a}$$

也就是

$$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

从这个式子可以看出，"$\frac{1}{2}mv^2$"很可能是一个具有特定意义的物理量，因为这个量在过程终了与过程开始时的差，正好等于力对物体做的功，所以"$\frac{1}{2}mv^2$"应该就是我们寻找的动能表达式。上节的实验已经表明，力对初速度为 0 的物体所做的功与物体速度的二次方成正比，这也印证了我们的想法。于是我们说，质量为 m 的物体，以速度 v 运动时的动能是

$$\boxed{E_k=\frac{1}{2}mv^2} \qquad (1)$$

动能也是标量，它的单位与功的单位相同，在国际单位制中都是焦耳，这是因为 $1\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2=1\ \text{N}\cdot\text{m}=1\ \text{J}$。

我国在 1970 年发射的第一颗人造地球卫星，质量为 173 kg，运动速度为 7.2 km/s，它的动能是

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 173\times(7.2\times 10^3)^2\ \text{J}=4.5\times 10^9\ \text{J}$$

动能定理 在得到动能的表达式后，$W=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$ 可以写成

$$\boxed{W=E_{k2}-E_{k1}} \qquad (2)$$

其中 E_{k2} 表示一个过程的末动能 $\frac{1}{2}mv_2^2$，E_{k1} 表示这个过程的初动能 $\frac{1}{2}mv_1^2$。

这个关系表明，**力在一个过程中对物体做的功，等于物体在这个过程中动能的变化**。这个结论叫做**动能定理**(**theorem of kinetic energy**)。

如果物体受到几个力的共同作用，动能定理中的 W 即为合力做的功，它等于各个力做功的代数和。例如，一架飞机在牵引力和阻力的共同作用下，在跑道上加速运动，速度越来越大，动能也就越来越大。牵引力和阻力的合力做了多少功，飞机的动能就增加多少。

本书中，动能定理是在物体受恒力作用，并且做直线运动的情况下得到的。当物体受变力作用，或做曲线运动时，我们仍可采用过去的方法，把过程分解成许多小段，认为物体在每小段运动中受到的是恒力，运动的轨迹是直线，这样也能得到动能定理。

正因为动能定理适用于变力做功和曲线运动的情况，所以在解决一些实际的力学问题时，它得到了广泛的应用。

例题1 一架喷气式飞机，质量 $m=5.0\times10^3$ kg，起飞过程中从静止开始滑跑。当位移达到 $l=5.3\times10^2$ m 时，速度达到起飞速度 $v=60$ m/s。在此过程中飞机受到的平均阻力是飞机重量的 0.02 倍。求飞机受到的牵引力。

图7.7-2 起飞时飞机所受的牵引力是多少？

分析 滑跑过程中牵引力与阻力的合力对飞机做功。本题已知飞机滑跑过程的始末速度，因而能够知道它在滑跑过程中增加的动能，故可应用动能定理求出合力做的功，进而求出合力、牵引力。

解 飞机的初动能 $E_{k1}=0$，末动能 $E_{k2}=\frac{1}{2}mv^2$；合力 F 做的功 $W=Fl$。

根据动能定理，$W=E_{k2}-E_{k1}$，于是有

$$Fl=\frac{1}{2}mv^2-0$$

> 飞机滑行时除了地面阻力外，还受到空气阻力，后者随速度的增加而增加。本题说“平均阻力是飞机重量的0.02倍”，只是一种粗略的估算。

合力 F 为牵引力 $F_{牵}$ 与阻力 $F_{阻}$ 之差，而阻力与飞机重量的关系为 $F_{阻}=kmg$（其中 $k=0.02$），所以

$$F=F_{牵}-kmg$$

代入上式后解出

$$F_{牵}=\frac{mv^2}{2l}+kmg$$

把数值代入后得到

$$F_{牵}=1.8\times10^4\ \text{N}$$

飞机所受的牵引力是 1.8×10^4 N。

从这个例题可以看出，动能定理不涉及物体运动过程中的加速度和时间，因此用它处理问题常常比较方便。

在应用动能定理时还应该注意到，力对物体做的功可正可负。做正功时物体的动能增加，做负功时物体的动能减少。

例题2 一辆质量为 m、速度为 v_0 的汽车，关闭发动机后在水平地面上滑行了距离 l 后停了下来（图7.7-3）。试求汽车受到的阻力。

分析 我们讨论的是汽车从关闭发动机到静止的运动过程。这个过程的初动能、末动能都可以求出，因而应用动能定理可以知道阻力做的功，进而求出汽车受到的阻力。

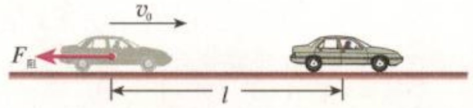


图 7.7-3 计算汽车受到的阻力

解 汽车的初动能、末动能分别为 $\frac{1}{2}mv_0^2$ 和 0，阻力 $F_阻$ 做的功为 $-F_阻 l$。应用动能定理，有

$$-F_阻 l = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

由此解出

$$F_阻 = \frac{mv_0^2}{2l}$$

汽车在这段运动中受到的阻力是 $\frac{mv_0^2}{2l}$。

汽车实际上受到的阻力 $F_阻$ 是变化的。这里以 $F_阻 l$ 表示阻力做的功，求出的 $F_阻$ 是汽车在这段距离中受到的平均阻力。

能不能用牛顿运动定律解决这个问题？试一试。

思考与讨论

做功的过程是能量从一种形式转化为另一种形式的过程，或从一个物体转移到另一个物体的过程。在上面的例题中，阻力做功，汽车的动能到哪里去了？

问题与练习

1. 改变汽车的质量和速度，都可能使汽车的动能发生改变。在下列几种情形下，汽车的动能各是原来的几倍？
   A. 质量不变，速度增大到原来的 2 倍。
   B. 速度不变，质量增大到原来的 2 倍。
   C. 质量减半，速度增大到原来的 4 倍。
   D. 速度减半，质量增大到原来的 4 倍。
2. 把一辆汽车的速度从 10 km/h 加速到 20 km/h，或者从 50 km/h 加速到 60 km/h，哪种情况做的功比较多？通过计算说明。
3. 质量是 2 g 的子弹，以 300 m/s 的速度射入厚度是 5 cm 的木板（图 7.7-4），射穿后的速度是 100 m/s。子弹射穿木板的过程中受到的平均阻力是多大？

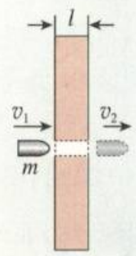


图 7.7-4 求子弹受到的平均阻力

你对题目中所说的"平均"一词有什么认识？

4. 我们在第四章曾用牛顿运动定律解答过一个问题：民航客机机舱紧急出口的气囊是一条连接出口与地面的斜面，若斜面高 3.2 m，斜面长 6.5 m，质量 60 kg 的人沿斜面滑下时所受的阻力是 240 N，求人滑至底端时的速度。请用动能定理解答本题。

5. 运动员把质量是 500 g 的足球踢出后，某人观察它在空中的飞行情况，估计上升的最大高度是 10 m，在最高点的速度为 20 m/s。请你根据这个估计，计算运动员踢球时对足球做的功。

8 机械能守恒定律

演示

如图 7.8-1，一个用细线悬挂的小球从 A 点开始摆动。记住它向右能够达到的最大高度。然后用一把直尺在 P 点挡住悬线，看一看这种情况下小球所能达到的最大高度。

如果从能量的角度分析这个现象，你认为实验说明了什么？

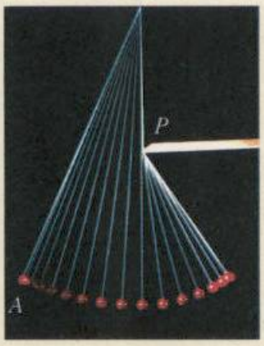


图 7.8-1 小球能摆多高？

动能与势能的相互转化 物体自由下落或沿光滑斜面滑下时，重力对物体做正功，物体的重力势能减少。减少的重力势能到哪里去了？我们发现，在这些过程中，物体的速度增加了，表示物体的动能增加了。这说明，物体原来的重力势能转化成了动能。

原来具有一定速度的物体，由于惯性在空中竖直上升或沿光滑斜面上升，这时重力做负功，物体的速度减小，表示物体的动能减少了。但由于物体的高度增加，它的重力势能增加了。这说明，物体原来具有的动能转化成了重力势能。

不仅重力势能可以与动能相互转化，弹性势能也可以与动能相互转化。被压缩的弹簧具有弹性势能，当弹簧恢复原来形状时，就把跟它接触的物体弹出去。这一过程中，弹力做正功，弹簧的弹性势能减少，而物体得到一定的速度，动能增

图7.8-2 小孩松手后橡皮条收缩，弹力对模型飞机做功，弹性势能减少，飞机的动能增加。

? 动能转化为重力势能或弹性势能时，重力或弹力做负功。你能举出这样的例子吗？

加。射箭时弓的弹性势能减少，箭的动能增加，也是这样一种过程。

从上面的讨论可以看到，重力势能、弹性势能与动能之间具有密切的联系，我们把它们统称为**机械能**(**mechanical energy**)。通过重力或弹力做功，机械能可以从一种形式转化成另一种形式。

机械能守恒定律 动能与势能的相互转化是否存在某种定量的关系？这里以动能与重力势能的相互转化为例，讨论这个问题。

我们讨论物体只受重力的情况，如自由落体运动或各种抛体运动；或者虽受其他力，但其他力并不做功，如物体沿图7.8-3所示光滑曲面滑下的情形。一句话，在我们所研究的情形里，只有重力做功。

在图7.8-3中，物体在某一时刻处在位置A，这时它的动能是E_{k1}，重力势能是E_{p1}，总机械能是$E_1=E_{k1}+E_{p1}$。经过一段时间后，物体运动到另一位置B，这时它的动能是E_{k2}，重力势能是E_{p2}，总机械能是$E_2=E_{k2}+E_{p2}$。

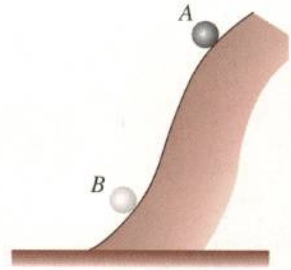


图7.8-3 物体沿光滑曲面滑下

以W表示这一过程中重力做的功。从动能定理知道，重力对物体做的功等于物体动能的增加，即

$$W=E_{k2}-E_{k1}$$

另一方面，从重力的功与重力势能的关系知道，重力对物体做的功等于重力势能的减少(见本章第4节“重力势能”)，即

$$W=E_{p1}-E_{p2}$$

从以上两式可得

$$E_{k2}-E_{k1}=E_{p1}-E_{p2}$$

移项后，有

$$E_{k2}+E_{p2}=E_{k1}+E_{p1}$$

即

$$E_2=E_1$$


图7.8-4 滑雪者沿斜面下滑时，忽略阻力，阻力不做功；雪面的支持力与运动方向垂直，也不做功；只有重力做功。

可见，在只有重力做功的物体系统内，动能与重力势能可以互相转化，而总的机械能保持不变。

同样可以证明，在只有弹力做功的物体系统内，动能和弹性势能可以互相转化，总的机械能也保持不变。

我们的结论是：**在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以互相转化，而总的机械能保持不变**。这叫做**机械能守恒定律**(**law of conservation of mechanical energy**)。它是力学中的一条重要定律，是普遍的能量守恒定律的一种特殊情况。

例题 把一个小球用细线悬挂起来，就成为一个摆(图7.8-5)，摆长为l，最大偏角为θ。如果阻力可以忽略，小球运动到最低位置时的速度是多大？

分析 在阻力可以忽略的情况下，小球摆动过程中受重力和细线的拉力。细线的拉力与小球的运动方向垂直，不做功，所以这个过程中只有重力做功，机械能守恒。

小球在最高点只有重力势能，没有动能，计算小球在最高点和最低点重力势能的差值，根据机械能守恒定律就能得出它在最低点的动能，从而算出它在最低点的速度。

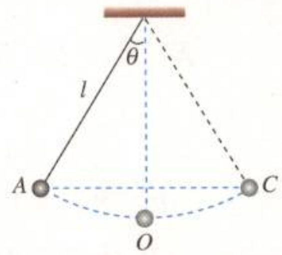


图 7.8-5 已知小球摆动的最大偏角，计算它的最大速度。

解 把最低点的重力势能定为0，以小球在最高点的状态作为初状态。在最高点的重力势能是 $E_{p1}=mg(l-l\cos\theta)$，而动能为0，即 $E_{k1}=0$。

小球在最高点与最低点的高度差为 $l-l\cos\theta$，这个关系可以由几何关系得出。

以小球在最低点的状态作为末状态，势能 $E_{p2}=0$，而动能可以表示为 $E_{k2}=\frac{1}{2}mv^2$。

运动过程中只有重力做功，所以机械能守恒，即

$$E_{k2}+E_{p2}=E_{k1}+E_{p1}$$

把各个状态下动能、势能的表达式代入，得

$$\frac{1}{2}mv^2=mg(l-l\cos\theta)$$

由此解出

$$v=\sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$$

从得到的表达式可以看出，初状态的 θ 角越大，$\cos\theta$ 越小，$(1-\cos\theta)$ 就越大，v 也就越大。也就是说，最初把小球拉得越高，它到达最下端时的速度也就越大。这与生活经验是一致的。

解决一个问题之后要对结论进行分析。如果与已有的知识或日常经验不一致，则要认真考虑，看看是否出现了错误。这就是我们所说的“评估”。

从这个例题可以看出，应用机械能守恒定律解决问题，只需考虑运动的初状态和末状态，不必考虑两个状态间过程的细节。如果直接用牛顿定律解决问题，需要分析过程中各种力的作用，而这些力又往往在变化着，因此一些难于用牛顿定律解决的问题，应用机械能守恒定律则易于解决。

思考与讨论

一个小球在真空中自由下落，另一个同样的小球在黏性较大的液体中由静止开始下落。它们都由高度为 h_1 的地方下落到高度为 h_2 的地方。在这两种情况下，重力做的功相等吗？重力势能的变化相等吗？动能的变化相等吗？重力势能各转化成什么形式的能？

问题与练习

1. 如图 7.8-6，质量为 m 的小球从光滑曲面上滑下。当它到达高度为 h_1 的位置 A 时，速度的大小为 v_1，滑到高度为 h_2 的位置 B 时，速度的大小为 v_2。在由高度 h_1 滑到高度 h_2 的过程中，重力做的功为 W。

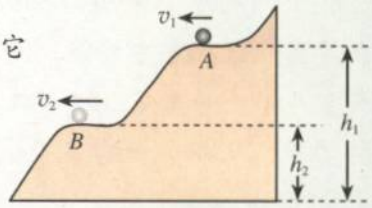


图 7.8-6 研究小球的能量变化

(1) 根据动能定理列出方程，描述小球在 A、B 两点间动能的关系。

(2) 根据重力做功与重力势能的关系，把以上方程变形，以反映出小球运动过程中机械能是守恒的。

2. 神舟号载人飞船在发射至返回的过程中，以下哪些阶段中返回舱的机械能是守恒的？

A. 飞船升空的阶段。

B. 飞船在椭圆轨道上绕地球运行的阶段。

C. 返回舱在大气层以外向着地球做无动力飞行的阶段。

D. 降落伞张开后，返回舱下降的阶段。

3. 把质量为 0.5 kg 的石块从 10 m 高处以 30° 角斜向上方抛出（图 7.8-7），初速度是 $v_0 = 5$ m/s。不计空气阻力。

(1) 石块落地时的速度是多大？请用机械能守恒定律和动能定理分别讨论。

(2) 石块落地时速度的大小与下列哪些量有关，与哪些量无关？说明理由。

A. 石块的质量。

B. 石块初速度的大小。

C. 石块初速度的仰角。

D. 石块抛出时的高度。

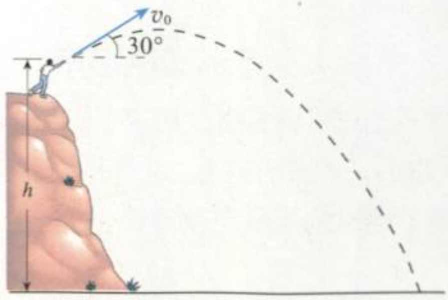


图 7.8-7 讨论石块落地时的速度

4. 有一种地下铁道，车站的路轨建得高些，车辆进站时要上坡，出站时要下坡，如图 7.8-8。设坡高 h 为 2 m，进站车辆到达坡下的 A 点时，速度为 25.2 km/h，此时切断电动机的电源，车辆能不能“冲”到坡上？如果能够，到达坡上的速度是多大？

图 7.8-8 有的地下铁道车站的路轨建得比较高

9 实验：验证机械能守恒定律

这一节将通过实验来研究物体自由下落过程中动能与势能的变化，从而验证机械能守恒定律。

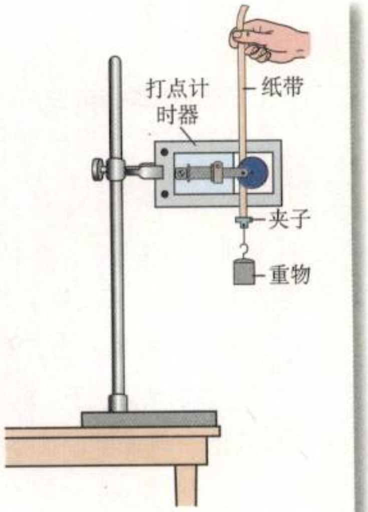


图 7.9-1 验证机械能守恒定律

实验方法 所用装置如图7.9-1。

重物的质量用天平测出，纸带上某两点的距离等于重物下落的高度，这样就能得到重物下落过程中势能的变化。

重物的速度可以用大家熟悉的方法从纸带测出，这样也就知道了它在各点的瞬时速度，从而得到它在各点的动能。

比较重物在某两点间的动能变化与势能变化，就能验证机械能是否守恒。

要注意的问题

1. 重物下落过程中，除了重力外会受到哪些阻力？怎样减少这些阻力对实验的影响？

2. 重物下落时，最好选择哪两个位置作为过程的开始和终结的位置？

3. 为了增加实验结果的可靠性，可以重复进行多次实验，还可以在一次下落中测量多个位置的速度，比较重物在这些位置上动能与势能之和。

4. 实验报告中要写明本实验的目的、原理、器材、主要实验步骤、数据的分析、结论，以及对结论可靠性的评估(包括对可能产生的误差的分析)。

实验时，也可以不测量重物的质量。想一想，这是为什么？

速度的测量 我们学过了匀变速运动的规律，并且已经知道自由落体的运动是匀变速运动，因此可以用一个更简单、更准确的方法测量重物下落时的瞬时速度。

如图7.9-2，A、B、C 是纸带上相邻的三个点，由于已经知道纸带以加速度 a 做匀加速运动，所以 A、C 两点的距离可以表示为

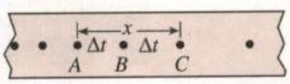


图 7.9-2 B 点的瞬时速度等于 A、C 之间的平均速度。

$$x=v_A(2\Delta t)+\frac{1}{2}a(2\Delta t)^2$$

式中“$2\Delta t$”是 A、C 两点的时间间隔。这样，A、C 之间的平均速度可以写成

$$\overline{v}_{AC}=\frac{x}{2\Delta t}=v_A+a\Delta t$$

另一方面

$$v_B = v_A + a\Delta t$$

所以

$$v_B = \overline{v}_{AC}$$

如果运动不是匀变速的，v_B 与 $\overline{v}_{AC}$ 未必相等！

这表明：**做匀变速运动的纸带上某点的瞬时速度，等于这点前后相邻两点间的平均速度。**

问题与练习

1. 把质量是0.2 kg的小球放在竖立的弹簧上，并把球往下按至A的位置，如图7.9-3甲所示。迅速松手后，弹簧把球弹起，球升至最高位置C(图丙)，途中经过位置B时弹簧正好处于自由状态(图乙)。已知B、A的高度差为0.1 m，C、B的高度差为0.2 m，弹簧的质量和空气的阻力均可忽略。

   (1) 分别说出由状态甲至状态乙、由状态乙至状态丙的能量转化情况。

   (2) 状态甲中弹簧的弹性势能是多少？状态乙中小球的动能是多少？

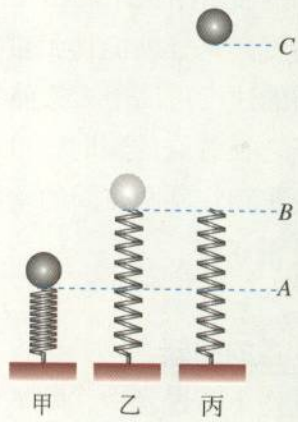


图7.9-3 讨论三种情况下能量的变化

2. 游乐场的过山车可以底朝上在圆轨道上运行，游客却不会掉下来(图7.9-4)。我们把这种情形抽象为图7.9-5的模型：弧形轨道的下端与竖直圆轨道相接，使小球从弧形轨道上端滚下，小球进入圆轨道下端后沿圆轨道运动。实验发现，只要h大于一定值，小球就可以顺利通过圆轨道的最高点。如果已知圆轨道的半径为R，h至少要等于多大？不考虑摩擦等阻力。

图7.9-4 过山车

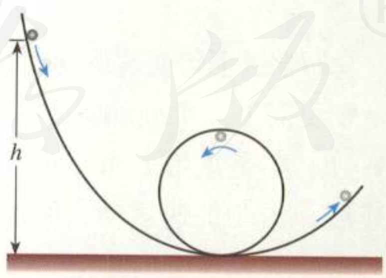


图7.9-5 过山车的模型

3. 第五章第2节“问题与练习”第3题描述了一个实验。实际做一做这个实验，用你当时得到的计算式计算钢球离开桌面时的速度。然后再测量钢球在斜面上开始滚下的位置相对桌面的高度，按照机械能守恒定律计算钢球到达桌面的速度。对比两种不同方法得到的速度值并尝试解释两者的差异。

10 能量守恒定律与能源

能量守恒定律 我们可以从千差万别的自然现象中抽象出一个贯穿其中的量——能量，这说明不同的运动形式在相互转化中有数量上的确定关系。

科学家们一直在关注自然现象之间的普遍联系

……

1801年 戴维发现电流的化学效应(电和化学的联系)

1820年 奥斯特发现电流的磁效应(电和磁的联系)

1821年 塞贝克发现温差电现象(热和电的联系)

1831年 法拉第发现电磁感应现象(电和磁的联系)

1840年 焦耳发现电流的热效应(电和热的联系)

1842年 迈尔表述了能量守恒定律，并计算出热功当量的数值(力和热的联系)

1843年 焦耳测定了热功当量的数值(力和热的联系)

1847年 亥姆霍兹在理论上概括和总结能量守恒定律

……

初中学过的声、光、热、电、磁、力等各种现象，都与能量有着密切联系。本章描述的机械能守恒定律是普遍的能量守恒定律的一种特殊形式。包括机械能守恒在内的能量守恒思想的萌芽，尽管出现时都是十分模糊的，却是后人总结和概括出普遍的能量守恒定律的依据。

导致能量守恒定律最后确立的两类重要事实是：确认了永动机的不可能性和发现了各种自然现象之间的相互联系与转化。到了 19 世纪 40 年代前后，科学界已经形成了一种思想氛围，即用联系的观点去观察自然。不仅各种机械能之间可以相互转化，电流也可以产生化学效应，电现象和磁现象可以相互转化，热和电也可以相互转化……这预示着，把分立的环节连成一体的时刻已经到来，也就是到了建立能量转化与守恒定律的时候了。在这种情况下，不同国家、不同领域的十几位科学家，以不同的方式，各自独立地提出：**能量既不会凭空产生，也不会凭空消失，它只能从一种形式转化为另一种形式，或者从一个物体转移到别的物体，在转化或转移的过程中，能量的总量保持不变**。这个规律叫做**能量守恒定律**(**law of energy conservation**)。其中，迈尔[①]、焦耳[②]、亥姆霍兹[③]的工作最有成效。

在能量守恒定律发现之后，曾有人怀疑某种过程“能量不守恒”。但是，进一步研究又发现，原来是漏掉了人类尚不认识的一种新形式的能量。如果把这种新形式的能量计算在内，总能量依然守恒。能量守恒定律经受住了新的检验。

能量守恒定律的建立，是人类认识自然的一次重大飞跃，是哲学和自然科学长期发展和进步的结果。它是最普遍、最重要、最可靠的自然规律之一，而且是大自然普遍和谐性的一种表现形式。和谐美是科学的魅力所在。

思考与讨论

既然能量是守恒的，不可能消失，为什么我们还要节约能源？

---

① 迈尔（Julius Robert Mayer, 1814—1878），德国物理学家和医生。

② 焦耳（James Prescott Joule, 1818—1889），英国物理学家。

③ 亥姆霍兹（Hermann von Helmholtz, 1821—1894），德国物理学家和生理学家。

能源和能量耗散 能源是人类社会活动的物质基础。人类对能源的利用大致经历了三个时期，即柴薪时期、煤炭时期、石油时期。自工业革命以来，煤和石油成为人类的主要能源。到了20世纪50年代，世界石油和天然气的消耗量超过了煤炭。

然而，煤炭和石油资源是有限的。以今天的开采和消耗速度，石油储藏将在百年内用尽，煤炭资源也不可能永续利用。与此同时，大量煤炭和石油产品在燃烧时排出的气体改变了大气的成分，甚至加剧了气候的变化。能源短缺和环境恶化已经成为关系到人类社会能否持续发展的大问题。

煤炭和石油是古代植物和动物的遗体在地层中经过一系列生物化学变化而生成的，与古生物化石有些相似，所以也叫做化石能源。

另一方面，燃料燃烧时一旦把自己的热量释放出去，就不会再次自动聚集起来供人类重新利用。电池中的化学能转化为电能，电能又通过灯泡转化成内能和光能，热和光被其他物质吸收之后变成周围环境的内能，我们无法把这些内能收集起来重新利用。这种现象叫做能量的耗散。城市的工业和交通急剧发展，给人们的生活带来方便的同时，也使得城市环境过多地接收了耗散的能量，使城市环境的温度升高。

图 7.10-1 一座房屋的红外照片（红外照片是不能分辨颜色的，图中的颜色是为区分不同的温度而在照片处理时加上的）。可以看出，由于取暖和使用电器，室内温度比室外高。热量散失到室外后，不能回收重新利用。

能量耗散表明，在能源的利用过程中，即在能量的转化过程中，能量在数量上虽未减少，但在可利用的品质上降低了，从便于利用的变成不便于利用的了。这是能源危机的深层次的含意，也是“自然界的能量虽然守恒，但还是要节约能源”的根本原因。

能量的耗散从能量转化的角度反映出自然界中宏观过程的方向性。能源的利用受这种方向性的制约，所以能源的利用是有条件的，也是有代价的。

问题与练习

1. 生活中的许多用品都可以看做能量转换器，它们把能量从一种形式转化为另一种形式。请观察你家中的各种生活用品，分别指出它们工作时发生了哪些能量转化。

2. 三峡水力发电站是我国最大的水力发电站，平均水位落差约100 m，水的流量约 $1.35 \times 10^4\ m^3/s$。船只通航需要约 3 500 m^3/s 的流量，其余流量全部用来发电。水流冲击水轮机发电时，水流减少的机械能有20%转化为电能。

   (1) 按照以上数据估算，三峡发电站的发电功率最大是多少？

   (2) 根据你对家庭生活用电量的调查，如果三峡电站全部用于城市生活用电，它可以满足多少个百万人口城市的生活用电？

3. 为了节约能源，从个人的角度讲，你能做些什么？从社会的角度讲，你能为决策者提出什么建议？

课题研究

潮汐现象

很久以前，人们就注意到了大海有节律的潮涨潮落，并把这一现象称为潮汐。有一幅著名的对联，“海水朝朝朝朝朝朝朝落，浮云长长长长长长长消”，它利用中国汉字一字多音多义的特点，描绘了这一变幻多姿的景色，读后使人产生无限遐想。

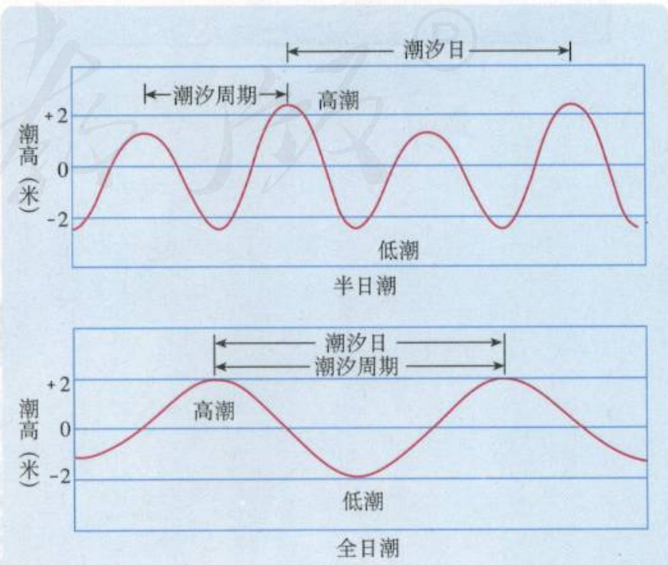
涨潮

退潮

图课-1 潮汐现象

第一部分　潮汐的形成

在大部分地区，潮汐一天涨落两次，称为半日潮。也有的地区一天涨落一次，称为全日潮。半日潮的两次高潮之间的时间间隔约为12小时25分。(根据这个数据猜测：潮汐现象可能与什么有关？）高潮时的最大高度减去低潮时的最小高度称为潮差。世界各地的平均潮差为1~3 m。但有些地方，如加拿大的芬迪湾，潮差可高达20 m。



图课-2 半日潮与全日潮示意图

很早人们就开始寻找潮汐节律性变化的原因，并注意到潮汐与月亮的关系，但不能做出深入的解释。直到牛顿发现了万有引力定律，才在其巨著《自然哲学的数学原理》中解释了潮汐现象。法国天文学家拉普拉斯在《天体力学》中进一步发展了牛顿的潮汐理论。目前，高速电子计算机的应用推进了潮汐预报技术，但仍没有全面了解潮汐的过程。

1. 请你根据所学的知识并查阅资料，初步解释潮汐形成的原因。

2. 除了每日发生的潮汐之外，每月还会出现两次潮差最大（称为大潮）和潮差最小（称为小潮）的现象。请尝试说明在什么情况下会出现大潮或小潮。

3. 如果你生活在海边，还可以自己动手制作一个简单的潮汐表。把一根直杆固定在海滩，每天记录海水最高和最低时的高度以及发生的时间。你的数据能够说明你的理论吗？

第二部分 潮汐发电

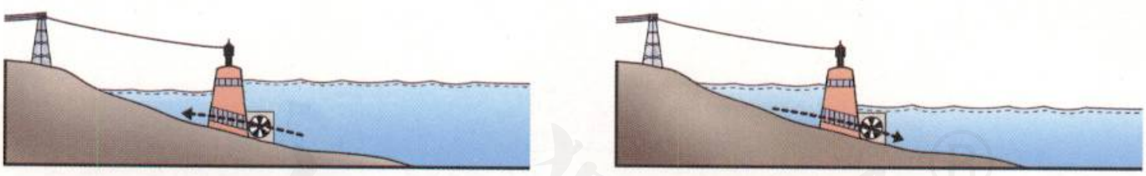
古人曾用“来疑沧海尽成空，万面鼓声中”来形容钱塘大潮这一奇观。在这壮丽的现象背后，隐藏着巨大的可以被开发的能量。在古代，我国和西方的沿海居民都有用潮汐力碾磨谷物、切割木材的记载。随着科技的发展，现在潮汐能已经用来发电。

图课-3简单说明了利用潮汐发电的过程。请结合这幅图，并查阅相关资料，研究以下问题。

1. 潮汐发电涉及哪些能量转化的过程？

2. 要建造一个潮汐电站，需要具备哪些自然条件？我国哪些地区适合建造潮汐电站？

3. 讨论潮汐电站的优点和缺点。



图课-3 潮汐发电的原理

课外读物

1.《外星人学物理②》，〔匈〕Dede Miklos， Isza Sandor著，李琳培译，人民教育出版社1999年1月第1版。

2.《阿西莫夫最新科学指南》(上)，〔美〕I. 阿西莫夫著，朱岚等译，江苏人民出版社2000年2月第1版。

3.《计算物理基础》第一册，计算物理基础编委会编，人民教育出版社2002年10月第1版。

4.《大众天文学》上册、下册，〔法〕C. 弗拉马里翁著，李珩译，广西师范大学出版社2003年1月第1版。

本书是法国天文学家弗拉马里翁所写的科普经典名著，本次出版时又由我国天文学家李珩做了补充和修订。作者以文学的笔触、精美的图片将奇妙的宇宙展示在读者面前。

5.《轻松话引力》，〔印〕J. V. 纳里卡著，卢炬甫译，湖南教育出版2000年12月第1版。

本书包罗了几乎所有与引力有关的现象。熟悉的比拟、有趣的轶闻、大量的插图，以及娓娓道来的文字，使读者得以轻松认识那些难以理解的概念和规律。

6.《宇宙》，卡尔·萨根著，周秋麟、吴衣俤等译，吉林人民出版社1998年10月第1版。

在萨根笔下，宇宙的秘密不是守着大型望远镜的天文学家们独享的事物，而是紧密交缠在人类的历史与未来、政治与宗教、命运与梦想之中。这是一首真正的宇宙之史诗，它像伟大的文学作品一样触及心灵的深处。

7.《寻找太阳系的疆界》，卢昌海著，清华大学出版社2009年11月第1版。

本书用生动的语言、翔实的资料、严谨的分析，介绍了人类探索太阳系疆界的故事。在本书中，读者能够体验到科学研究的魅力，感受到科学发现的激动，并欣赏到跌宕起伏、扣人心弦的科学往事。

后 记

根据《基础教育课程改革纲要（试行）》的精神，我们按照《普通高中物理课程标准（实验）》的要求编写了共同必修及其他三个系列的全套教科书，本册经全国中小学教材审定委员会2004年初审通过，供普通高中试用。

这套教科书在编写中，得到了诸多教育界前辈和各学科专家学者的热情帮助和大力支持。在本套教科书同课程改革实验区的师生见面时，我们特别感谢担任教科书总顾问的丁石孙、许嘉璐、叶至善、顾明远、吕型伟、王梓坤、梁衡、金冲及、白春礼、陶西平同志，感谢担任教科书编写指导委员会主任委员的柳斌同志和编写指导委员会委员的江蓝生、李吉林、杨焕明、顾泠沅、袁行霈等同志。

这套书的编写者以教育部物理课标组的核心成员为基础，由高校教师、中学教师和出版社的编辑人员三结合组成。共同必修部分和三个选修系列的编写小组分别起草，然后全体编写人员反复讨论、相互修改，因此，本书是编写组集体创作的成果。

在本书的编写过程中，由刘彬生、汪维澄、唐挈、李丽娟组成的实验研究小组做过了全书所有的实验，检验和改进了书稿中的实验部分；由黄恕伯、李友安、叶柯、毛宗致组成的习题研究小组筛选和设计了全书的“问题与练习”。

张同恂、董振邦、窦国兴、扈剑华、孙昌璞在编写的不同阶段审阅了书稿，提出了重要修改意见。

我们还要感谢使用本套教材的实验区的师生们。希望你们在使用本套教材的过程中，能够及时把意见和建议反馈给我们，对此，我们深表谢意。让我们携起手来，共同完成教材建设工作。

我们的联系方式如下：

电　话：010－58758388

E-mail：zy@pep.com.cn

网　址：http://www.pep.com.cn

人民教育出版社 课程教材研究所
物理课程教材研究开发中心
2004年5月

谨向为本书提供照片的人士和机构致谢

第五章章首图，Corel Corporation / 5.1-2，第一学习社《新编物理图解》/ 5.1-3，第一学习社《新编物理图解》/ 5.1-8，张颖 / 5.2-1，华一书局《现代休闲育乐百科》/ 5.2-2，朱京 / 第11页上右图，Corel Corporation / 5.4-1,Corel Corporation / 第六章章首图，中国发展出版社《神舟圆梦——载人航天知识问答》/ 6.5-7，张良 / 第七章章首图，Corel Corporation / 7.1-2,Corel Corporation / 7.1-3, Corel Corporation / 7.2-1 甲、乙，Corel Corporation / 7.2-1 丙，人民教育出版社《中学物理实验彩图册》/ 7.3-1，朱京 / 7.3-2，华一书局《现代休闲育乐百科》/ 7.5-1,Corel Corporation / 7.7-2,Corel Corporation / 7.8-1，第一学习社《新编物理图解》/ 7.8-4, Corel Corporation / 7.9-4,Corel Corporation