

普通高中课程标准实验教科书

数学 ③

必修

教师教学用书

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学教材实验研究组

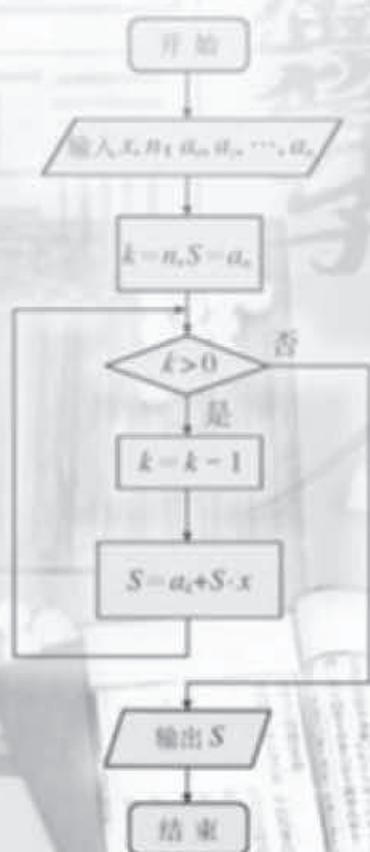


图 9-1 高斯算法流程图

主 编 高存明 韩际清

本册主编 高尚华 常传洪
审 定 陈宏伯
编 者 常传洪 李学生 董 军 龚红戈
王学红 王 强 田明泉 秦 岩
臧 浩 袁 竞 李知屹 韩际清
责任编辑 顾国麒 王旭刚

普通高中课程标准实验教科书

数学3 必修 B版

教师教学用书

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
中学数学教材实验研究组

*

人民教育出版社 出版发行

(北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼 邮编:100081)

网址: <http://www.pep.com.cn>

××××印刷厂印装 全国新华书店经销

*

开本: 890毫米×1240毫米 1/16 印张: 7.5 字数: 193 000

2007年5月第2版 年 月第 次印刷

印数: 00 001~000 000 册

ISBN978-7-107-18296-9 定价: 18.30 元
G·11385(课)

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

(联系地址:北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼 邮编:100081)

说 明

本套教师教学用书是依据《普通高中数学课程标准（实验）》和《普通高中课程标准实验教科书数学（B版）》，由中学数学教材实验研究组组织编写的。

编写的原则是：

1. 努力体现B版教材编写的指导思想，帮助教师钻研教材，理解教材的编写意图。
2. 明确各章的教学要求以及要达到的教学目标，帮助教师完成课程标准中规定的教学任务。
3. 指出相关内容的教学重点、难点以及教学方法，帮助教师克服教学中的一些困难。
4. 努力吸取教师的实际教学经验，使本书能更好地为教学服务。

这套教师教学用书的每章包括六部分：一、课程目标，二、教材分析，三、拓展资源，四、教学案例，五、习题参考答案与提示，六、反馈与评价。

本书课程目标确定的主要依据是，《普通高中数学课程标准（实验）》相关内容的教学要求。考虑到教学的实际需要，对相关内容的教学要求作了一些调整。教科书中，通过增加选修内容，增设“思考与讨论”和“探索与研究”等栏目，同时将练习和习题分成A、B两组，以达到不同的教学要求。教师可根据实际情况，确定相应的教学要求。

在教材分析中，首先指出教材的编写特色，然后分析内容结构，给出课时分配建议，接着分小节给出教学建议。

为了帮助教师教学，我们提供了一些教学资源供教师选用。另外，还设计了一些教学案例供教师参考。

每章除了给出练习与习题的参考答案与提示外，还给出一份知识与方法测试题，用作课堂测试，检查学生学习本章内容的效果。

在教科书中，我们已对全套教材的结构、编写特点和指导思想作了阐述。希望教师在教学时努力贯彻这套教材的指导思想，体现各章编写的特色。

在教学中一定要贯彻“温故而知新”的原则。数学知识的连贯性是十分强的，学生如果基础不好，继续学习就会有一些困难，也会因此丧失学好数学的信心。所以在教材编写时，我们尽量降低了知识的起点，采取循序渐进的方式编排主要知识点，以此来帮助学生克服数学学习中的障碍，提高学生学习数学的兴趣。

B版教材把学习数学的思想方法放到首位。教材中涉及到的数学方法有：（一）代数基本方法和技能（例如，设未知数列方程和解方程、待定系数法、配方法），（二）坐标法，（三）微分法等。这些方法在教材中都得到了加强。教师要重视这些基本数学思想方法的教学。

强调数形结合是本套教材的重要特色。华罗庚先生对数形结合在学习数学中的作用作了如下的阐述：

数与形，本是相倚依，焉能分作两边飞。数缺形时少直观，形少数时难入微。数形结合百般好，隔裂分家万事非。切莫忘，几何代数统一体，永远联系、切莫分离！

这段话精辟地阐述了数与形之间的密切关系和相互作用。教师在教学时一定要努力贯彻这一思想。

另外，B版教材还特别重视算法思想的渗透，培养学生用“通性、通法”思考问题的习惯。为此，我们选用了科学计算软件 Scilab 来实现具体的算法。希望教师能运用好这一工具，从而达到使用计算机技术辅助教学的目的。同时，也希望教师能积极研究算法在数学教学中的作用和意义，为算法这一内容进入中学数学课堂贡献自己的力量。

数学 1~5 教师教学用书均附有两张光盘。一张内容是课堂实录，供教师教学时参考；另一张内容是为相关教学内容研制的课件（其中几何画板课件由北京 20 中学几何画板研究组协助制作），供教师教学时选用。数学 3 的课件光盘中还附有 Scilab 的安装程序，供大家使用。

本套教师教学用书的编写得到了山东省教学研究室、济南市教学研究室、潍坊市教学研究室、日照市教学研究室、山东省实验中学、山东师范大学附属中学等单位的大力协助，在此深表谢意！

由于时间紧，书中一定存在不少缺点，恳切希望教师、教研人员和有关专家提出意见，以便再版时订正。

我们的联系方式如下：

电 话：010—58758523 010—58758532

电子邮件：longzw@pep.com.cn

中学数学教材实验研究组

人教版®

目录



第一章 算法初步

一	课程目标	1
	(一) 知识与技能目标	1
	(二) 过程与方法目标	1
	(三) 情感、态度与价值观目标	1
二	教材分析	2
	(一) 编写特色	2
	(二) 内容结构	2
	1. 内容编排	2
	2. 地位与作用	2
	3. 重点与难点	3
	4. 本章知识结构	3
	(三) 课时分配	3
	(四) 教学建议	4
	1.1 算法与程序框图	4
	1.2 基本算法语句	6
	1.3 中国古代数学中的算法案例	8
三	拓展资源	9

(一) 求幸运号的 Scilab 程序	9
(二) π 的计算及启示	14
四 教学案例	16
案例 1 1.1.1 算法的概念	16
案例 2 1.2.3 循环语句	19
五 习题参考答案与提示	22
六 反馈与评价	43
(一) 知识与方法测试	43
(二) 评价建议	46



第二章 统计

一 课程目标	47
(一) 知识与技能目标	47
(二) 过程与方法目标	48
(三) 情感、态度与价值观目标	48
二 教材分析	48
(一) 编写特色	48
(二) 内容结构	49
1. 内容编排	49
2. 地位与作用	49
3. 重点与难点	49
4. 本章知识结构	49
(三) 课时分配	49
(四) 教学建议	50
2.1 随机抽样	50
2.2 用样本估计总体	53

2.3 变量的相关性	54
三 拓展资源	55
(一) 统计小议	55
(二) “统计”词语的产生	56
(三) 多艺的通才	56
(四) 国内外统计学研究概况	57
四 教学案例	61
案例1 2.1.1 简单随机抽样	61
案例2 2.1.2 系统抽样	63
五 习题参考答案与提示	68
六 评价建议	86



第三章 概 率

一 课程目标	87
(一) 知识与技能目标	87
(二) 过程与方法目标	87
(三) 情感、态度与价值观目标	88
二 教材分析	88
(一) 编写特色	88
(二) 内容结构	88
1. 内容编排	88
2. 地位与作用	89
3. 重点与难点	89
4. 本章知识结构	89
(三) 课时分配	89

(四) 教学建议	90
3.1 事件与概率	90
3.2 古典概型	93
3.3 随机数的含义与应用	94
3.4 概率的应用	94
三 拓展资源	95
(一) 概率论的起源	95
(二) 生日的奇迹	95
(三) 不该发生的悲剧	96
四 教学案例	96
案例1 3.1.3 频率与概率	96
案例2 3.2.1 古典概型	99
五 习题参考答案与提示	102
六 反馈与评价	107
(一) 知识与方法测试	107
(二) 评价建议	110

人教版®



第一章

算法初步

一 课程目标

(一) 知识与技能目标

1. 体会算法的思想，了解算法的含义，能说明解决简单问题的算法步骤.
2. 学习有条理地、清晰地表达解决问题的步骤，提高逻辑思维能力.
3. 理解程序框图的顺序结构、条件分支结构和循环结构这三种基本逻辑结构，能识别和理解简单的框图的功能，能运用三种基本逻辑结构设计程序框图以解决简单的问题.
4. 理解几种基本的算法语句——赋值语句、输入和输出语句、条件语句、循环语句，能初步应用这些算法语句编写 Scilab 程序.
5. 知道几个中国古代数学中的算法案例.

(二) 过程与方法目标

1. 通过实例，发展对解决具体问题的过程与步骤进行分析的能力.
2. 通过模仿、操作、探索，经历设计算法、设计框图、编写程序以解决具体问题的过程，发展应用算法的能力.
3. 在解决具体问题的过程中学习一些基本逻辑结构和语句，感受算法的重要意义.

(三) 情感、态度与价值观目标

1. 通过具体实例，感受和体会算法思想在解决具体问题中的意义，认识算法思想的重要性.
2. 感受并认识现代信息技术在解决数学问题中的重要作用和威力，形成自觉地将数学理论和现代信息技术结合的思想.
3. 在编写程序解决问题的过程中，逐步养成扎实严谨的科学态度.

4. 了解中国古代数学的成就，培养民族自豪感，树立为国争光的理想。

二 教材分析

(一) 编写特色

1. 通过实例让学生了解算法思想及算法的含义，主要学习数值算法。
2. 通过实例让学生知道，寻求问题解的算法重要性，数学问题求解机械化的重要意义。
3. 通过“程序语言”的学习，让学生理解算法与计算工具的关系。
4. 培养学生机械化运算的习惯和品质。
5. 研究算法教学与“scilab”语言结合的方法。
6. 学习中国数学中的算法案例，体会中国数学发展的特色和对世界数学发展的贡献。

(二) 内容结构

1. 内容编排

本章的主要内容是算法的概念、程序框图、算法的三种基本逻辑结构和框图表示，以及基本算法语句。本章还介绍了中国古代数学中的三个算法案例。全章共分为三大节。第一大节是算法的概念、程序框图、算法的三种基本逻辑结构和框图表示。本大节首先通过鸡兔问题引入二元一次方程组和高斯消去法，通过对二元一次方程组和高斯消去法的分析，引出算法的概念，接着学习程序框图、算法的三种基本逻辑结构和框图表示。第二大节学习赋值语句、输入和输出语句、条件语句和循环语句等算法基本语句的意义，应用规则，并通过例子学习如何编写对应的 Scilab 程序及在计算机上实现算法。第三大节介绍中国古代数学中的三个算法案例：求两个正整数的最大公约数的“等值算法”，求 π 的近似值的刘徽割圆术和求多项式值的秦九韶算法。

本章最后的“阅读与欣赏”中，安排了两篇文章。一篇简介了我国古代数学家秦九韶的生平，另一篇是我国当代数学家吴文俊院士的文章《东方数学的使命》。安排这两篇阅读材料的主要目的是培养学生的爱国主义精神和民族自豪感。

2. 地位与作用

算法是高中数学课程中的新内容，算法的思想是非常重要的。当今人们把科学计算、实验和理论并列为三大科学研究方法，即人类认识世界的三大手段。算法是科学计算的重要基础。计算机能有如此广泛而神奇的应用，除了靠芯片之外，主要靠软件，而软件的核心是算法。计算机科学中的知识创新，主要就是算法的创新。算法思想已逐渐成为每个现代人应具有的数学素养。

在本章算法初步中，学生通过分析具体的实例，通过模仿、操作、探索的过程，体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性，学习算法的框图设计和三种基本逻辑结构及算法语句，发展有条理的思考、表达的能力，提高逻辑思维能力。

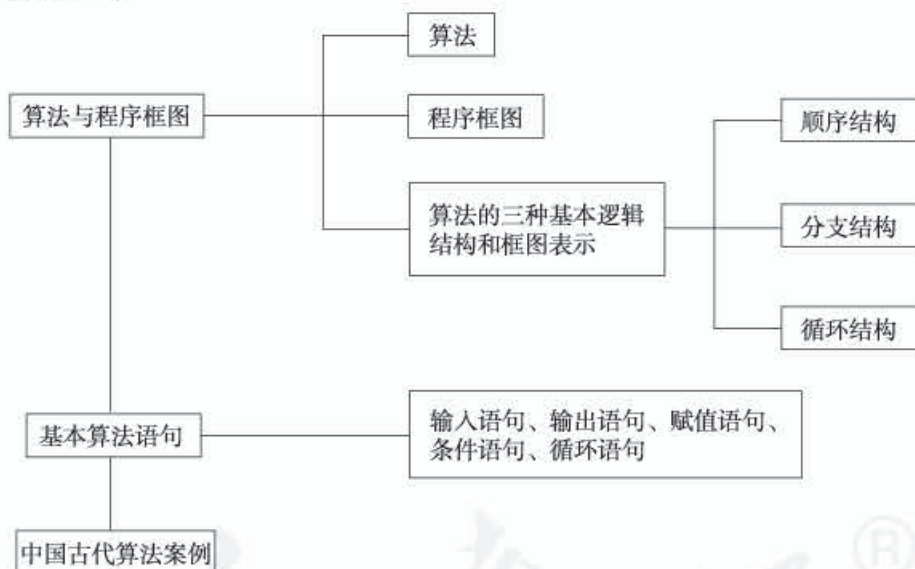
算法的一个特点是，人们可以利用较少的数学知识，不一定要去发现公式（或许根本就没有公式），也可以设计出正确的方法去解决问题。掌握算法的思想，能使学生开阔眼界，活跃思想，从传统的中学所讲授的数学解题思路中解放出来，增加解决问题的思路，增强创新能力，可以改变中学生传统上对数学的认识，深化他们对数学意义的理解，增强应用数学的意识。

3. 重点与难点

本章的重点是算法的概念和算法的三种基本逻辑结构，以及对应的基本算法语句。正确理解算法的概念是学生以后正确设计算法的基础。顺序结构、选择结构和循环结构这三种基本逻辑结构的重要性在于：理论上已经证明了，用它们可以表示任何一个算法。因此，掌握这三种基本逻辑结构对于培养学生的应用算法解决问题的能力是十分重要的。学习基本算法语句，并应用它们来实现算法，是让学生经历学习和应用算法过程的重要一环，是检验学习效果的有效手段。在计算机上实现算法还可以让学生体会成功的喜悦。

本章的难点是循环语句。对于学生来说，应用循环结构来实现反复执行的计算是一种新的思想和方法，刚开始时不容易掌握，学习时有一定的困难。

4. 本章知识结构



（三）课时分配

本章的教学时间约 13 课时，具体分配如下（仅供参考）：

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

2 课时

1.1.2 程序框图

1 课时

1.1.3 算法的三种基本逻辑结构和框图表示

3 课时

1.2 基本算法语句

1.2.1 赋值、输入和输出语句

1 课时

1.2.2 条件语句	1 课时
1.2.3 循环语句	2 课时
1.3 中国古代数学中的算法案例	2 课时
小结与复习	1 课时

(四) 教学建议

算法是高中数学课程中的新内容，教学中应通过大量的实例，使学生在解决具体问题的过程中，体会算法的思想，学会一些基本的逻辑结构和程序语句。有条件的学校应鼓励学生尽可能上机尝试实现算法。

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念

1. 本小节的重点是，理解算法概念和算法的重要性；难点是用数学语言写出简单数学问题的算法。
2. 这一小节主要是通过实例让学生理解算法的概念。在引言中，就给出了算法的描述性定义。这是基于在数学1和2中已出现了算法的实例。实际教学时可通过已讲过的算法实例引入算法概念，也可通过书中的例1和例2的讲解让学生理解算法的含义。不一定先给出算法的描述，不要求学生记住算法的定义。讲完这一节，可让学生用自己理解的语言表达它对算法的理解。

3. 例1给出了鸡兔同笼问题的算术和代数两种算法。算术算法是用生活语言表述，代数算法主要是用符号语言来描述。应向学生指出，题目尽管用具体数字给出，但所用的算法对“鸡兔同笼”这一类问题都可求解。

由问题的代数解法，又引出一个纯数学问题：一般二元一次方程组的算法（高斯消去法）。这是一个典型的算法实例。其算法完全是一步步的机械运算，每一步都能正确地执行，最后得出结果。这种运算系列可用来求解任一个二元一次联立方程组。由此总结出算法应满足的两个基本要求。

4. 例2给出求一个有限整数序列中的最大数的算法。介绍这个算法主要是加深并扩展学生对算法的认识。同时这个算法的本身也很重要，是编写其他程序的基础。

5. 书中前两个例题给出的算法步骤，都是用自然语言和数学语言先后叙述。算法先用自然语言叙述，不仅降低了学习算法的起点，而且便于学生理解算法的实质。算法教学时，要注意由自然语言向数学语言的过渡。

6. 例3编写的目的是，让学生感受一下算法的重要作用 and 威力，激发学生学习算法的兴趣。

7. 在练习A、B中，有些题给出的是，一类问题中的一个具体实例。要求学生给出的算法，一定能够解决同类问题中的所有具体问题。

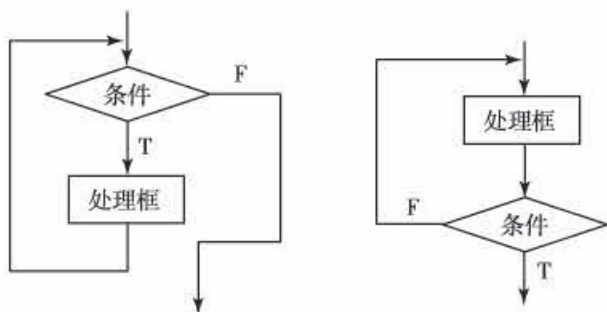
8. 有条件的教师和学生，最好在自己的计算机上装上Scilab科学计算软件（或Maple、mathcad等），学会使用计算机进行解方程或方程组等科学计算和学习。感受一下计算机时代的教与学环境。

1.1.2 程序框图

1. 本小节的重点是框图的概念及画框图的规则；难点是理解框图符号的意义。

2. 程序框图的概念 一定在通过实例介绍每个框图符号所表达的意义, 说明用框图表达算法的优点是直观、形象、容易理解.

3. 画程序框图的规则 每一种框图都有它特定的含义. 应用框图时, 要注意遵守公共的规则, 画出的符号要规范. 一般地说, 起始框只允许一流出线. 终止框只允许一流入线. 输入框、输出框和处理框只有一流入线和一流出线. 判断框有一流入线和两流出线 (T 和 F), 但任何时候只有一流出线起作用.



4. 应该让学生在应用中熟悉框图符号的含义和学习用框图来表示算法. 注意, 应当是先设计算法, 再画框图.

1.1.3 算法的三种基本逻辑结构和框图表示

1. 本小节教学的重点是对算法三种逻辑结构的理解; 难点是算法的框图表示.

2. 本小节介绍算法的三种基本逻辑结构. 学习算法的三种基本逻辑结构的意义是: 理论上已经证明, 任何一个算法都可以用这三种基本逻辑结构表示. 因此, 有必要牢固掌握这三种基本逻辑结构.

3. 顺序结构. 顺序结构是最简单的算法结构, 通过例 1, 让学生学会用数学语言描述算法的一般规则. 重点是让学生掌握用框图表示顺序算法结构.

4. 条件分支结构. 教学时要通过本节的例 2、例 3, 分析条件分支结构的特点. 求一元二次方程的根和分段函数的计算, 在计算过程中都要作出判断, 是条件分支结构的典型例子. 重要的是让学生学会用框图表示具有条件分支结构的算法.

5. 循环结构. 循环结构是本节的重点, 也是难点. 循环结构的重要性在于, 计算机的优势就是能够以极快的速度进行重复计算. 我们设计算法时, 要充分利用循环结构所提供的方便. 学生要充分理解下面三个问题:

- (1) 什么样的运算用循环结构表示?
- (2) 如何用数学语言描述具有循环结构的运算?
- (3) 如何把循环结构有数学描述转化为用框图表达?

书上介绍的循环结构, 一般都可用数学式表达. 最常见的是递推公式. 但学生没有学过数列, 所以在讲例 3 时, 只能用自然语言和数学语言结合叙述. 主要难点是如何把求 T 年后的人口总数算式:

$$P(1+R)^T = P(1+R)^{T-1}(1+R) = P(1+R)^{T-1} + P(1+R)^{T-1}R.$$

这个算式, 如何把它转化为框图表示.

算式

$$P(1+R)^{T-1}$$

表示上一年的人口总数, 算式

$$P(1+R)^{T-1}R$$

表示当年的人口增量, 上式随着 T 的增加, 每次计算的都是, 上一年的人口总数加上当年的人中增量. 在计算机框图中如何表示这种重复地运算呢? 让学生观察画好的框图. 分析计算增量 ($I=P \times R$)、当年总量 ($P=P+I$) 和时间 ($T=T+1$) 三个处理框表达的含义.

把处理框看作为计算及储存数据的单元, 从而理解式子

$$I=I \times R \quad P=P+I \quad t=t+1$$

所表达的含义. 对初学者, 很多教科书把上面式子中的等号用箭头 “ $\leftarrow$ ” 表示, 如 $I \leftarrow I \times R$, 表示 $I \times R$ 进入新的计算数据, 把旧的数据赶走. 存储单元中的数随着新数值的输入, 不断地变化. 现在多数编程语言都习惯于用等号表示, 当学生理解了 “=” 新的意义, 对 “=” 的困惑就会很快克服.

在数学 1 中, 我们曾举过用递归运算表示函数的例子. 在此基础上让学生了解用递推公式表达数列也不会发生太大的困难. 写出递推公式, 再转化为框图表示就不难了. 例如, 分别用

$$P_n, \quad I_n = P_{n-1}R$$

表示第 n 年的人口总量, I_n 表示第 n 年的人口增量, 则有递推公式

$$P_n = P_{n-1} + I_{n-1}$$

这时学生只要理解处理框的意义, 就容易把上述式子分另转化为

$$I=I \times R, \quad P=P+I, \quad n=n+1.$$

高中学生学会用框图表示循环算法, 不会是太困难的事. 如果学生水平差一些, 可考虑用更简单的例子, 如, 求前 10 个自然数的和.

6. 例 4 是把用递增推公式表示的斐波那契级数转化为框图表示. 即

$$a_n = a_{n-2} + a_{n-1} \text{ 转化为 } C=A+B.$$

关键是要说清楚, 分别包含 $C=A+B$ 及 $A=B, B=C$ 操作的处理框的工作. 学生理解了这两个处理框的工作, 理解整个框图就不困难了.

如果这个例题难度较大, 可另举较简单的练习.

如果学生理解了这两个练习, 学生应能完成本节的练习 A 和 B.

7. 循环过程的流程分析, 即追踪各变量的数值在最初几次循环中的变化, 有助于学生理解循环过程, 也是检测循环过程是否达到设计目的的有效手段. 在课程的目前阶段, 主要由教师展示循环过程的流程分析. 这可以通过运行相应的 Scilab 程序方便地实现 (参看 1.2.3 节说明). 对于学生, 可以暂时不要求作循环过程的流程分析. 等到学生学习循环过程的 Scilab 程序语句时, 再提出此项要求. 那时学生可通过 Scilab 程序语句的展示功能, 自主进行分析并纠正错误.

1.2 基本算法语句

本大节介绍 Scilab 程序语言的一些基本算法语句. 有条件的, 应让学生直接接触计算机, 在实践中掌握基本的 Scilab 语句. 要鼓励学生用 Scilab 语句实现各种程序.

1.2.1 赋值、输入和输出语句

1. 本小节的教学重点是输入语句; 难点是编写程序.

2. 教材中关于赋值语句有详尽的介绍. 注意赋值号与表达逻辑相等关系的 $=$ 号的区别. “ $x=5$ ”是将数值 5 写到变量 x 的存储单元, 是赋值; 而在判断框中要判断 x 是否等于 5 时, 应该用 “ $x==5$ ”.

3. 输入语句的意义是, 在编写程序时可以把程序和初始数据分开, 达到用程序解决一类问题的目的. 换一种说法, 就是在程序中用字母 (变量) 代替数, 在解决具体问题时, 对变量赋值.

4. 输入语句 $a=\text{input}(\text{"chinese"})$ 中, 真正起作用的是 $a=\text{input}(\quad)$, 它将键盘输入的数值赋给 a . 括号中的 “chinese” 仅仅起提示作用, 提醒用户输入的应当是语文成绩. 输出语句 $\text{print}(\%io(2), a, b, c)$ 中的 io 表示 input—output (输入—输出). 所以 o 是英文字母 o , 不是数值 0 (零).

5. 教材中本节的几个例子都比较容易, 可让学生自主学习, 在计算机上实践. 鼓励学生提出并用 Scilab 语言来解决更多的应用顺序结构的问题.

6. Scilab 程序语言有一些常用的规定, 应在此时介绍. 比如, 表达式中的乘号 $*$ 一定不能省略, 也不能写成圆点或 $\times$. 表达式中的括号一律用小括号, 方括号 $[]$ 另有用法. 除法用符号 “/”, 不能写成分式的形式, 被除式与除式必要时应各自加小括号, 以免混淆. 标准函数的自变量应放在小括号内, 如 $\sin(x)$. 圆周率 π 写成 “ $\%pi$ ”. 自然对数的底 e 写成 “ $\%e$ ”. 绝对值 $|x|$ 写成 $\text{abs}(x)$. x 的平方写成 $x * x$ 或 x^2 .

1.2.2 条件语句

1. Scilab 中的条件语句分为 if 语句和 select-case 语句, 后者用于多重选择. if 语句的一般格式是

```
if 表达式
    表达式为真执行的语句系列;
else
    表达式为假执行的语句系列;
end
```

但任何时候只执行两语句系列之一. 应用 if 语句时, 不要忘记最后用 end 结尾.

2. 有时条件语句中还套有条件语句, 形成条件语句的嵌套. 这种情形并不少见. 编写嵌套的条件语句时, 要注意 if—else—end 的配对. 可以用文字的缩进来表示嵌套的层次, 以帮助对程序的阅读和理解. 请参阅有关练习题的解答.

3. 本小节 if 语句比较简单, 教材中以求一元二次方程的根为例子, 介绍了有关的程序语句. 讲一个例子就够了. 应让学生多上机实践, 编制应用程序解决各种实际问题.

4. 教材中的求一元二次方程的根的程序未检查首项系数 a 是否为零. 如果输入的 a 的值为 0, 则程序运行时会出现错误. 所以, 程序中往往要对输入数据的合法性进行检查, 以保证程序能正常运行. 可以对那个程序作如下的补充: 在程序的第三行后加入 $\text{if } a==0, \text{disp}(\text{"wrong input"})$

```
else 原有的后续程序语句
end
```

1.2.3 循环语句

1. 本小节的重点是理解循环语句在算法语句中的作用和循环程序的编写; 难点是循环变量的设置和程序中循环体内容的编写.

2. 建议本小节用两个课时教学. 第一课时, 只讲例 1. 例 1 (数列求和) 是一个好例子. 一个短小的程序, 可以求出自然数列的前 n 项和. 通过运行程序, 结合程序框图, 讲清每一步语句的作用, 特别是循环

过程,一定要让学生搞清楚.讲完这个例子,不妨让学生模仿着,求自然数前 10 项、前 100 项的和.最后总结 for 的特点:事先知道循环次数.

课后,作练习,可让学生求出平方和、立方和、倒数和等等(参看教学案例).应抓住机会让学生体会用算法解题的威力.

第二课时讲例 2,学习 while 循环,分析 while 循环的特点.例 3 是一道应用题,主是分析题意,启发学生选择循环变量,写出循环程序.

3. 循环语句是本章的重点之一.循环语句的使用,有利于发挥计算机高速运算的特点.用好循环语句的关键是辨认出事物发展过程中的循环的特征.

4. Scilab 程序语言有两种循环语句:for 循环和 while 循环.for 循环主要用于预先知道循环次数的情形,如教材的例 1. while 循环用于预先不知道循环次数的情形,如教材的例 2.两种循环都必须以 end 结尾.

5. 应举例说明循环语句的嵌套的应用.

6. 教材对例 1 作了详细的循环流程分析.在教学的这个阶段,可以要求学生具有进行流程分析的能力.教材介绍了程序语句中使用分号与不使用分号的差别:变量后不使用分号时,变量的值就会在屏幕上显示出来.利用这种功能,可以清楚地屏幕上看出循环过程中变量的值的变化情形.应当让学生在这种实践过程中掌握循环流程分析的方法.

7. 要通过实例让学生掌握两种循环语句的用法.要鼓励学生提出他们感兴趣的问题,再设计算法,编写程序来解决.

1.3 中国古代数学中的算法案例

1. 本节的重点是理解书中介绍的中国古代的三个问题的算法;难点是为算法编写程序.

2. 求最大公约数的等值算法 教材对这个算法编好了程序,可让学生通过执行程序来学习体会此算法.注意让学生自主解释此算法的有穷性.欧几里得的辗转相除法也是求最大公约数的有效算法,在实际问题中和抽象代数的理论上都有重要应用.它的程序可参看本小节的“探索与研究”的解答.可鼓励学生自主编写此程序.

3. 割圆术 可启发学生自己编写算法,和 Scilab 程序,实验证明,学生对此非常感兴趣.

4. 秦九韶算法 一方面,这个算法目前仍在广泛地使用(很多文献称之为霍纳法);另一方面,秦九韶算法给我们提供了一个比较算法优劣的机会.一般地说,在中学生的程度上比较分析算法的优劣不是容易的事,所以要利用这个机会让学生对算法的优劣性有所体会.

秦九韶算法比较抽象一些,应当用具体例子进行解释.解释其思想,解释其优越性,解释其递推关系.对秦九韶算法的优越性要着重讨论.秦九韶算法的程序可参看习题 1-3A 第 3 题的解答.教材中提出逐项求和法与秦九韶算法比较.逐项求和法的算法和程序可参看本小节的“探索与研究”的解答.用秦九韶算法求根可不作要求.

5. 可结合下面的拓展资源(二)学习“ π 的计算及启示”.可让学生用教材中的程序求 π 的近似值,也可让学生用拓展资源提供的无穷级数的方法编写程序求 π 的近似值.

三 拓展资源

(一) 求幸运号的 Scilab 程序

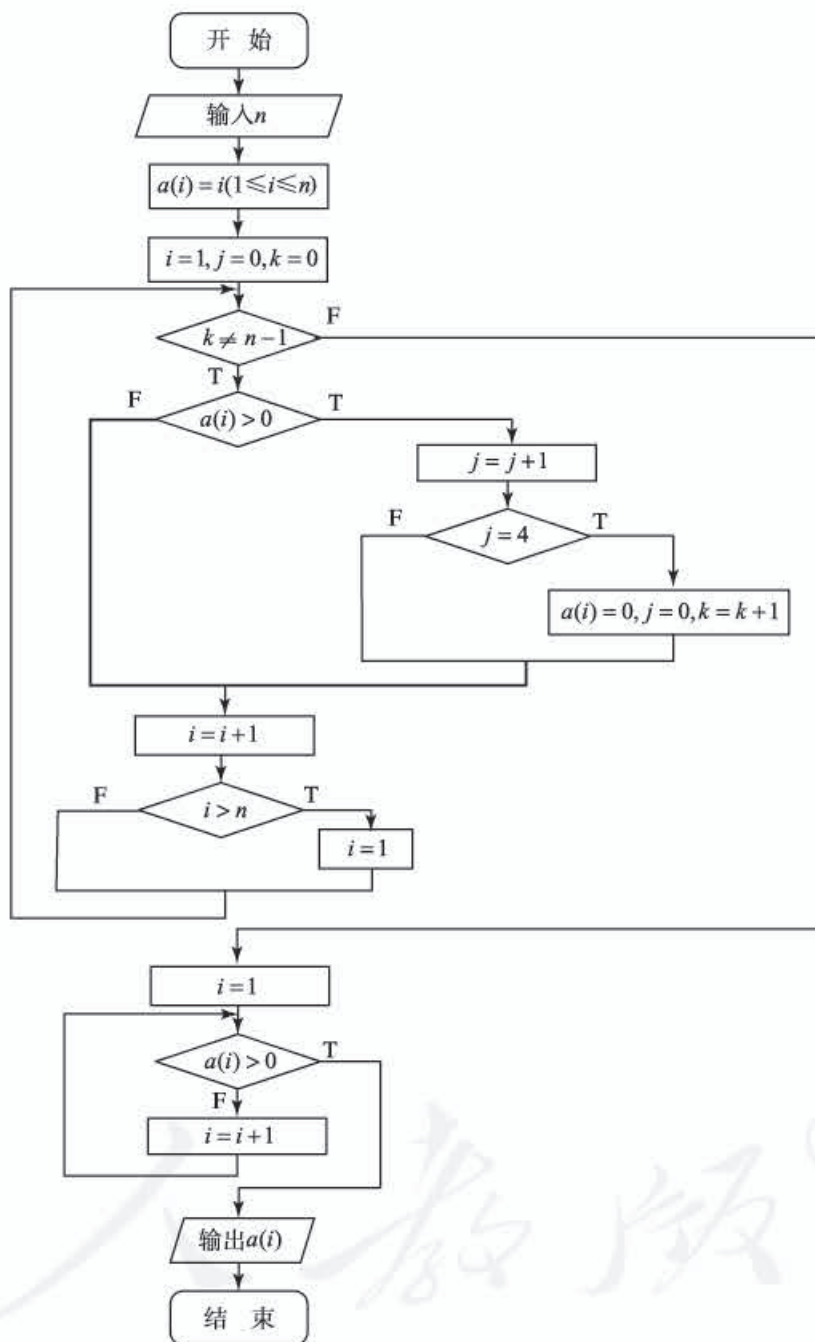
通过设计算法,编写程序,我们可以用计算机解决许多问题,包括一些不容易用数学解决的问题.考虑下面的有趣问题,称为逢四退一的幸运号问题,在有的书上,这个问题称为约瑟夫斯问题.

文学社的 30 位成员中要选一幸运者去与作家面谈,采用如下的选拔办法:将 30 人从 1 到 30 编号,编号后依次序围坐成一圈,然后从 1 号开始依次序数 1, 2, 3, 4, 数到 4 者退出,这样执行下去,直到最后只剩下一人,即为幸运者.问幸运者最初的编号应是多少号?

这个问题可以很方便地用纸牌模型解决,即取 30 张纸牌,分别将它们编成 1~30 号,依递增次序(由上到下)放成一沓.然后逐次执行从顶上取一张牌放入最底下的操作,但每 3 次操作后,将第 4 张牌丢出.这样重复执行操作之后,最后剩下的那张牌上的编号就是幸运者的编号.对于 $n=30$ 人的问题,纸牌模型给出的幸运号是 6 号.

上面的问题显然可以推广为 n 人的问题.在 n 很大时,比如 $n=10\,000$,纸牌模型耗时费工,还容易出错,不是一个好办法.因此我们考虑设计算法,再编成 Scilab 程序,由计算机来找出幸运者的编号.下面我们分析如何设计算法来解决逢四退一的幸运号问题.

我们模拟问题的过程来设计算法.为此令 $a(i)=i$ ($n \geq i \geq 1$),以此表示所考虑的编了号的 n 人.如果 $a(i)$ 应退出,我们令 $a(i)=0$;而 $a(i)>0$ 表示该 $a(i)$ 还没退出.我们用 j 来标记逢四退一的过程. j 从 $j=0$ 开始,逢到一个 $a(i)>0$, j 递增 1.当 $j=4$ 时,表示出现了 4 个 $a(i)>0$,因此该时的 $a(i)$ 被赋值为 $a(i)=0$ (退出),同时 j 的值改为 0,以便再一次用来记数.我们还设立一个变量 k 来记录退出的人数.当 $k=n-1$ 时,表示最后只剩下一人还没有退出,因此过程可以停止了.但是我们不知道最后剩下的是哪一个 $a(i)>0$.所以还要搜索一下,找出大于 0 的那个 $a(i)$,再将其输出.具体算法框图如下所示.



上面我们设计了算法来模拟问题的过程以解决逢四退一的幸运号问题。问题的过程虽然有一点复杂，但只要把有关的信息记录下来，就不难处理。因此该算法的思想有普遍性，是用算法处理复杂问题的标准方法，值得好好掌握。也可以设计其他算法来解此问题，不过我们不打算在此讨论。

根据算法设计的 Scilab 程序如下：

```
n=input("n=") //输入 n
```

```

a=zeros(1, n);           //建立一个1行 n 列的零矩阵，也就是数组
for i=1:n, a(i)=i; end    //对数组赋值：使第 i 个元素为 i，代表编号为 i 的人
i=1; j=0; k=0;           //用 i, j, k 对过程计数，先设定初值
while k<(n-1),            //用 k 记录退出的人数，k=n-1 时结束逢四退一的过程
    if a(i)>0;             //a(i)>0 表示编号为 i 的人还没有退出，应予以计数
        j=j+1;
        if j==4,           //用 j 计数 1,2,3,4，逢 j=4 时，令 a(i)=0，即第 i 号退出
            a(i)=0; j=0; k=k+1; //j 回归到 0，开始从新计数；k 加上 1
        end
    end
    i=i+1;                 //处理了 i 号后，i 加上 1，再处理 i+1 号
    if i>n,
        i=1;
    end
end                        //逢四退一的过程到此结束
i=1;                      //开始搜索非零的 a(i)，即留下的幸运号
while i<=n,
    if a(i)>0,
        print(%io(2), a(i)) //输出幸运号
    end
    i=i+1;
end

```

将上面的程序作为 Scilab 文件保存好。在执行此文件时，程序要求输入 n ，输入 n 后，按 Enter 键，计算机就会输出 n 和 i 的值， i 的值就是幸运号。如果要计算机展示过程，只要将程序第 6 行的“if $a(i)>0$ ；”中的分号“；”改为逗号“，”计算机就会将过程展出。以 $n=10$ 为例，输入 10 后，屏幕上会显示如下：

```

--> n=10
n =
    10.
a=
!  1.  2.  3.  0.  5.  6.  7.  8.  9.  10.!
a=
!  1.  2.  3.  0.  5.  6.  7.  0.  9.  10.!
a=
!  1.  0.  3.  0.  5.  6.  7.  0.  9.  10.!
a=

```

```

! 1. 0. 3. 0. 5. 6. 0. 0. 9. 10. !
a=
! 1. 0. 0. 0. 5. 6. 0. 0. 9. 10. !
a=
! 1. 0. 0. 0. 5. 6. 0. 0. 9. 0. !
a=
! 1. 0. 0. 0. 5. 6. 0. 0. 0. 0. !
a=
! 0. 0. 0. 0. 5. 6. 0. 0. 0. 0. !
a=
! 0. 0. 0. 0. 5. 0. 0. 0. 0. 0. !
i=

```

5.

从上面的屏幕显示，我们可以清楚地看到序号 4, 8, 2, 7, … 依次退出，最后剩下的是 5 号。通过过程显示，也说明我们编写的程序是正确的。

练习：假设 n 个人依次围坐一圈，从第 1 人开始，每数到第 m 人，则该人退出，如此继续下去，直到最后剩下 1 个人，作为幸运者，试设计算法和 Scilab 程序求幸运者的编号。

计算实例：

n (总人数)	m (每 m 个人退一)	i (最后幸运者的编号)
20	4	17
21	4	21
30	4	6
300	13	110
1 000	29	295
5 000	83	1 090
6 000	83	1 548
100 000	3	92 620

下面的问题是 n 个人依次围坐一圈，从第 1 人开始，每数到第 m 人，则该人退出，如此继续下去，直到最后剩下 r 个人，作为幸运者，求幸运者的编号。

要解决这个问题，只要修改一下上面的 Scilab 程序就行了。

计算实例：

n (总人数)	m (每 m 个人退一)	最后 r 人为幸运者	最后幸运者的编号
10	4	2	5, 6
30	4	2	6, 9

100	4	4	34, 45, 70, 97
100	4	5	34, 45, 70, 82, 97
100	4	6	13, 34, 45, 70, 82, 97
1 000	7	1	404
1 000	7	2	297, 404
1 000	7	5	103, 160, 297, 404, 547
1 000	7	10	103, 160, 166, 297, 404, 547, 724, 737, 757, 830
1 000	29	3	295, 595, 879

解决此问题的程序:

```

n=input("n=")           //输入 n
m=input("m=")           //输入 m
r=input("r=")           //输入 r
a=zeros(1, n);
for i=1:n, a(i)=i; end
i=1; j=0; k=0;
while k<(n-r),          //用 k 记录退出的人数,现在 k=n-r 时结束逢 m 退一的过程
    if a(i)>0,
        j=j+1;
        if j==m,        //用 j 计数1, 2, ..., m, 逢 j=m 时, 令 a(i)=0, 即第 i 号退出
            a(i)=0; j=0; k=k+1;
        end
    end
    i=i+1;
    if i>n,
        i=1;
    end
end
i=1;
while i<=n,
    if a(i)>0,
        print(%io(2), a(i))
    end
    i=i+1;
end
end

```

上面我们仅仅对原先的程序作了一些很小的改动, 就能够解决 n 个人, 逢 m 退一, 最后剩 r 个人的问题. 从中我们可以体会设计算法用计算机解题的威力.

参考资料:

- [1] 《数学游戏与欣赏》，劳斯·鲍尔，考克斯特著，上海教育出版社，2001
- [2] 《计算机》，吕品主编，科学技术文献出版社，1999

(二) π 的计算及启示

圆的周长与直径之比 π ，是数学上最重要的常数之一，在数学应用和理论的各个方面都有出现。教材的第一章 1.3 节介绍了中国古代数学家在割圆术上的成就，也就是计算 π 的近似值方面的成就。这里我们想简单地回顾关于圆周率 $\pi=3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ 279\cdots$ 的计算的历史上的一些人和事，并从中得到一些有益的启示。

既然 π 在数学上是如此重要而又几乎无处不在，不难理解，世界上许多民族都为计算 π 而动过脑筋。最好的古代近似值之一， $256/81$ （约为 3.160 4）出现在公元前 1700 年的埃及文手稿中。可与之媲美的是古代巴比伦人的近似值 $25/8$ （等于 3.125）。天才的阿基米德（约公元前 240 年）通过分别计算圆内接和圆外切正 96 边形的周长，得到 π 的值介于 $223/71$ （约为 3.140 8）与 $22/7$ （约为 3.142 9）之间。阿基米德的方法也产生于东方民族之中。印度的阿亚波多（约公元 530 年）计算了圆内接正 384 边形的边长，得到 π 的近似值 $62\ 832/20\ 000$ （约为 3.141 6）。据参考资料 [3]，中国古代数学家刘徽（约公元 270 年）计算了一个 3 072 边的正多边形的周长以得到圆周率 π 的近似值 3.141 59（原文为 Archimedes' method was rediscovered by Liu Hui, who extended the computation to a 3 072-sided polygon to obtain $\pi=3.141\ 59$ ）。约二百年后，中国古代数学家祖冲之（429—500）计算圆周率 π 的近似值介于 3.141 592 6 到 3.141 592 7 之间。西方学者断言 [3]，“This degree of accuracy was not equaled in the Western world for another thousand years.”（这种程度的精确性领先西方世界一千年）。据中国唐朝人写的《隋书》记载，祖冲之的计算载于他的已失传的著作中。因此参考资料 [3] 称祖冲之用的是一种“unknown method”。我们的教材提到，“当（正多边形的）边数为 24 576 时，就得到了祖冲之计算的结果 3.141 592 6”。祖冲之究竟是否或能否计算到正 24 576 边形，对此人们有些疑问。参考资料 [1] 作了饶有兴趣的探讨。回顾这段计算 π 的历史，我们深为中国古代数学的光辉成就而自豪。身为炎黄子孙，我们有责任在今天为祖国和民族的繁荣昌盛而努力学习，自强不息。

通过计算正多边形的周长以得到 π 的近似值的方法，也引起欧洲数学家强烈而持久的兴趣。他们创造了许多惊人的记录，而这些记录又一个接一个被打破。著名的法国数学家韦达于 1579 年计算了正 393 216 边形的周长，得到 π 的小数点后九位准确值。比利时数学家 A. Roomen（有作 Romanus）于 1593 年计算了正 1 073 741 824（即 2^{30} ）边形的周长，得到 π 的小数点后十五位准确值。特别值得一提的是德国数学家鲁道夫·范·休伦（Ludolph van Ceulen），他先在 1596 年通过计算一个有 60×2^{33} 边的正多边形的周长以得到 π 的前 20 位小数。这里 60×2^{33} 是一个大于 500 000 000 000 的数。想象一下，在没有辅助的技术手段的古代，要进行如此大量的计算是多么艰难，需要多大的毅力，而这种计算又没有任何商业利益的目的，仅仅是为着追求科学的真理。就是这个鲁道夫·范·休伦，又经过许多年的艰苦计算，在 14 年后，进一步把圆周率的准确值计算到小数点后 35 位。这是通过计算一个正 4 611 686 018 427 387 904（即 2^{62} ）边形的周长而得到的。他自己大约由于劳累过度，或是由于心愿已了，在同年去世（享年 70 岁）。他去世后，人们把他计算得到的 π 的前 35 位小数铭刻在他的墓碑上，以志纪念。在他的身上，我们看到一个为科学献出全部生命的感人形象。一个人在生存不成问题之后，

追求的不是声色犬马，而是不畏艰险，探求未知的世界。

进一步应用古典的方法，达到了把圆周率的准确值计算到小数点后 39 位。这差不多是古典方法的顶峰。再要有新的突破，需要有新的思想。

圆周率 π 的计算，在微积分的概念发生发展之后，进入了一个新的时代。利用微积分中无穷级数的方法，英国数学家阿伯拉罕·夏泼 (Abraham Sharp) 在 1699 年计算出了圆周率 π 的小数点后 71 位准确值。比起古代的计算正多边形的周长的办法，新的办法的效率是极大地提高了。此后，数学家们一个接一个地不断改进计算圆周率 π 的数学方法，在 200 年左右的时间内，他们计算的圆周率 π 的准确值的小数位数，迅速地从 100 位，200 位，增加到 700 位，800 位，以至超过 1 000 位。在本文末尾，我们将简要地介绍应用无穷级数的方法。回顾这一段历史，我们注意到，新的数学思想根本地改变了 π 的计算方法，新的思想方法的威力是如此巨大，因而可以大大地提高计算的效率。从中我们体会到，我们不能墨守成规，拘泥于一种现成的方法，光有献身科学的热忱是不够的，要注意创新，注意在工作中发展新的思想和方法。计算圆周率 π 的新旧方法的效率的悬殊对比，应当使我们在在这方面有所感悟。

随着上世纪五十年代电子计算机的应用，圆周率 π 的计算，进入了又一个新的时代。1948 年，两位数学家 Ferguson 和 Wrench 发表了他们应用无穷级数的方法求得的圆周率 π 的 808 位小数值。然而不到一年，人们应用美国陆军弹道实验室的一台已经过时的计算机，只用了 70 个小时，就算出了圆周率 π 的两千多位小数值。这仅仅是计算机婴儿时期的结果。在短短的二三十年内， π 的准确值的小数位数的计算，飞速地从一千多位增加到一百多万位（我们不谈最新的结果）。这在光用纸和笔的时代是不可想象的。我们看到新的技术的巨大威力和带来的巨大进展。新的技术的价值是不可估量的，它对社会的发展有巨大的促进作用，对提高社会的生产力有巨大的促进作用，对科学研究和工程技术有巨大的促进作用。我们应当主动地去掌握新技术，应用新技术，包括在新技术的基础上进一步创新。我们应当培养自己对新事物的敏感性，不能故步自封，不应对新的事物，新的发展充耳不闻，不应人为地将自己与新事物隔离开来，与时俱进应当是我们的口号。

通过对圆周率 π 的计算历史的简短回顾，我们可以从培养民族自豪感和爱国精神，培养追求科学真理为科学而献身的精神，培养创新精神和培养对新事物的敏感性四个层面得到有益的启示。

最后，我们介绍应用无穷级数计算圆周率 π 的一种方法：

通常从一些涉及 π 及反正切函数的恒等式开始，如

$$\frac{\pi}{4} = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3},$$

或

$$\frac{\pi}{4} = 2\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7}.$$

这些式子一般是这样得到的：比如先设定 $\alpha = \arctan \frac{1}{2}$ ，再从

$$\tan \frac{\pi}{4} = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\frac{1}{2} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{2} \tan \beta}$$

求出 $\beta = \arctan \frac{1}{3}$ 。这个过程中学生都可以理解。于是问题归结为计算反正切函数的值。这里需要应用无穷级数

$$\arctan x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2k+1}, -1 < x < 1. \quad (*)$$

这个无穷级数是从积分公式 $\arctan x = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$ 得来, 将公式右边的 $\frac{1}{1+t^2}$ 展开为无穷等比级数的和, 再逐项积分即得. 应用教材 1.2 节介绍的用循环语句求和的方法, 很容易编写 Scilab 程序来求无穷级数 (*) 的和, 从而求得 π 的近似值. 有兴趣者不妨一试.

参考资料:

- [1] 《祖冲之算 π 之谜》, 虞言林、虞琪著, 科学出版社, 2002
- [2] 《数学游戏与欣赏》, 劳斯·鲍尔, 考克斯特著, 上海教育出版社, 2001
- [3] 《INTERFACE: CALCULUS AND THE COMPUTER》, DAVID A. SMITH, SAUNDERS COLLEGE PUBLISHING, 2ND EDITION, 1984

四 教学案例

案例 1 1.1.1 算法的概念

(一) 教学目标

1. 知识与技能目标:

- (1) 初步了解算法的概念, 了解算法的确定性、能行性、有穷性、通用性和有输出等特征.
- (2) 初步了解高斯消去法的思想.
- (3) 初步掌握用 Scilab 指令解二元一次方程组的方法.

2. 过程与方法目标:

- (1) 通过分析高斯消去法的过程, 发展对具体问题的过程与步骤的分析能力, 发展从具体问题中提炼算法思想的能力.

- (2) 通过模仿与操作, 学习应用数学软件的能力.

3. 情感、态度与价值观目标:

- (1) 通过分析高斯消去法的过程, 体会算法的思想, 发展有条理地清晰地思维的能力, 提高人的一般素质.
- (2) 通过应用数学软件解决问题, 感受算法思想的重要性, 感受现代信息技术的威力.

(二) 教学重点与难点

- 1. 教学重点: 算法的概念.
- 2. 教学难点: 高斯消去法.

(三) 教学方法

引导与合作交流相结合, 在分析解决具体问题 (鸡兔同笼问题, 高斯消去法解二元一次方程组) 的过程中, 应让学生积极参与, 讨论交流. 但在从具体问题中总结算法的思想与特征时, 由于学生平时没有从此角度思考问题, 可能要以引导为主. 在关于算法的概念的下一节课中, 可以让学生就算法的特征

积极发表他们的想法.

(四) 教学过程

教学环节 1: 提出问题

教学内容: 请学生讨论总结打一个(本地)电话的过程. 打电话的过程大致为①提起话筒(或用免提功能); ②等拨号音; ③拨号; ④等复话方信号; ⑤开始通话或挂机(线路不通); ⑥结束通话. 打电话过程的具体细节不重要, 不要在此环节多费时间, 及时地转入下一教学环节.

教学环节 2: 概念形成

教学内容: 通过分析打电话过程的步骤, 教师小结: 对于一项任务, 按照事先设计好的步骤, 一步一步地执行, 并在有限步内完成任务, 则这些步骤称为完成该任务的一个算法.

教学环节 3: 概念深化

教学内容: 教师提问: 对于一个算法, 究竟有些什么具体的要求呢? 由于我们主要是研究数学问题的算法, 我们以鸡兔同笼问题为例子, 作进一步的分析.

例 1 有鸡兔同笼, 共 48 只腿, 17 只头, 问鸡兔各多少?

让学生讨论交流, 提出求解的方法. 学生可能提出算术解法和(或)代数解法. 重要的是代数解法, 不在算术解法上多费时间.

代数解法: 设有 x 只鸡, y 只兔. 依题意列出二元一次方程组

$$\begin{cases} x+y=17 & \text{①} \\ 2x+4y=48 & \text{②} \end{cases}$$

采用消去法, 消去 x . 故① $\times(-2)$ +②得 $2y=48-17\times 2$. 因此 $y=7$, 再代回①求出 $x=17-y=10$.

教师小结: 解二元一次方程组的高斯消去法.

教师提问: 上面的解法能否用来解一般的二元一次方程组? 如果能, 如何进行? 请看下面的分析.

教师提问: 如何来表示一般的二元一次方程组? 为了把二元一次方程组的解法与一般的 n 元一次方程组的解法统一起来, 我们用下面的方式写二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1 & \text{①} \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2 & \text{②} \end{cases}$$

教师解释所用符号, 引导学生观察并记忆上面写法的特点.

师生共同完成高斯消去法求解的过程:

方程组中的 a_{11} , a_{21} 不会同时为 0.

第一步: 设 $a_{11} \neq 0$ (如果 $a_{11}=0$, 将方程①与方程②互换), 执行运算步骤① $\times\left(-\frac{a_{21}}{a_{11}}\right)$ +②, 得到

$$\left(a_{22}-\frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}\right)x_2=b_2-\frac{a_{21}b_1}{a_{11}}.$$

记 $D=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}$. 原方程组化成

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1 & \text{③} \\ Dx_2=a_{11}b_2-a_{21}b_1 & \text{④} \end{cases}$$

第二步: 如果 $D \neq 0$, 解方程④得到

$$x_2=\frac{a_{11}b_2-a_{21}b_1}{D} \quad \text{⑤}$$

如果 $D=0$ ，由④知方程组无解或有无穷多组解。

第三步：将⑤代入③，整理后求得

$$x_1 = \frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{D} \quad ⑥$$

第四步：输出结果 x_1, x_2 。

教师总结：上面我们采用高斯消去法求解了一般的二元一次方程组。这个求解过程体现了算法的一些特性。

第一，求解的过程是事先确定的，比如 $a_{11} \neq 0$ 时如何进行， $a_{11} = 0$ 时又如何进行，等等，事先都考虑好了，有确定的步骤。在执行算法的过程中，我们只是机械地一步一步地照着做。

第二，算法执行过程中的每一步都是能够做到的。高斯消去法的过程只牵涉到加减乘除运算，不牵涉到比如求一个十次多项式的根的问题。（当然，采用更复杂的方法，我们也可以求出十次多项式的根。）

第三，算法在有穷步之后结束，这包含着算法运行的时间是有限的，运行时（在计算机中需要的存储）空间也是有限的。不满足有穷性的算法是没有实际意义的。

第四，一般来说，算法应有某种通用性，可以解决某一类问题。比如高斯消去法可解任意的二元一次方程组。

第五，算法执行后应有结果，应完成给定的任务，比如高斯消去法在最后输出方程组的解，或输出“方程组无解或有无穷多组解”的信息。

由于时间的限制，在上“算法的概念”第一节课时，上面的五特点不一定要展开详细的论述，让学生达到初步的了解和感受即可。在课程的进行中，再加深对这些特点的体会。比如算法的有穷性，在一些简单的问题中是显而易见的，体现不出来。一直要等到讲循环结构，讲循环结构的 while 语句时，才遇到循环会不会在有限步终止的问题。

教学环节 4：应用举例

教师介绍：上面我们用高斯消去法求解了二元一次方程组。由于算法的几大特性，特别是按事先确定的步骤一步一步机械地执行的特性，算法非常适宜于用计算机来执行。科学家已经将高斯消去法编成了计算机程序。现在我们来感受一下这种程序的威力。

例 2 应用 Scilab 指令解方程组

$$\begin{cases} 3x - 2y = 14 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

解 用 Scilab 程序：

打开程序，在界面上按下面格式输入数据：

```
--> A=[3, -2; 1, 1]; //按 Enter 键
```

```
--> B=[14; -2]; //按 Enter 键
```

```
--> linsolve(A, -B) //按 Enter 键
```

屏幕上就会马上显示答案

! 2!

! -4!

教师应提请学生注意，在输入数据时，先输入第一个方程的系数，系数之间用逗号分开，再用分号将第一个方程与第二个方程的系数分开。分号的使用是必须的，不要与逗号混淆。常数项 b_1 与 b_2 之间

也一定要用分号分开。

如果时间允许，可让学生再出个二元一次方程组，用 Scilab 指令求解，让学生验证答案。

教学环节 5：归纳总结

教师介绍：算法为由基本运算及规定的运算顺序构成的完整的解题步骤，或看成按要求设计好的有限的确切的计算序列，并且这样的步骤或序列能够解决一类问题。

课后作业（略）

案例 2 1.2.3 循环语句

（说明：本案例为 1.2.3 节的第一节课，只学习“for 循环语句”。第二节课再学习“while 循环语句”，可仿照本案例处理。）

（一）教学目标

1. 知识与技能目标：

- （1）掌握 for 循环语句的简单应用，初步掌握 for 循环语句的嵌套。
- （2）初步掌握用循环语句处理一些求和、求乘积问题的技能。
- （3）了解用条件语句实现 for 循环的方法，初步能在程序语句中识别出表现为条件语句的 for 循环。

2. 过程与方法目标：

- （1）通过编写程序，上机调试的过程，学习掌握 for 循环语句，发展编程能力。
- （2）通过具体例子，发展设计算法，编写程序来解决问题的能力。

3. 情感、态度与价值观目标：

- （1）通过修改一个简单的程序来解决多种求和问题的过程，体会算法思想的威力和价值。
- （2）通过自主设计算法、编写程序和自主调试的过程，体会实现自己想法后的成功的喜悦。
- （3）通过上机调试修改程序的过程，体验认识事物的规律：往往要多次修正之后才能达到正确的认识。因此，失败挫折并不可怕，经过努力才能成功。

（二）教学重点与难点

1. 教学重点：for 循环语句及应用。
2. 教学难点：用条件语句实现 for 循环；循环语句的嵌套。

（三）教学方法

主要是学生自主学习，自己动手实践，自己找出错误，教师起指点作用和提出新问题的作用。

（四）教学过程

教学环节 1：提出问题

教学内容：教师提出问题：如何编写程序，让计算机来求出 $1+2+3+\cdots+1\,000$ 的和？教师指出，求和的过程就是反复做加法的过程。因此求和问题适宜用循环结构处理。Scilab 程序提供了一种 for 循环语句，可用来解决求和问题。对于上面的问题，程序如下：

```
S=0;
for i=1: 1: 1000
S=S+i;
end
```

这里的第一行规定用变量 S 表示和，并赋给初值 0。第二行开始进入 for 循环，以 i 表循环变量，以初值：步长：终值的方式规定 i 的取值范围。第三行是循环体，即要执行的运算。第四行的 end 表示一次循环的终结。

计算机运行此程序时，首先将 S 的存储单元的内容置为 0。然后让 i 的存储单元的内容为 1。接着执行 $S+i$ 的运算，得到结果为 1。第三行 $S=S+i$ 表示将所得的 $S+i$ 的值 1 赋给 S ，因此现在 $S=1$ 。然后，第四行的 end 表示此次循环结束。于是计算机又返回到循环语句的开始处（第二行），将 i 的值 1 加上步长 1，得到 $i=2$ 。然后执行第三行的运算 $S+i$ 。此时 $S=1$ ， $i=2$ ，故 $S+i=3$ 。此值 3 被赋给 S 。从而 $S=3$ 。第二次循环到此结束。再返回到第二行，执行将 $i=2$ 的值加上步长，得到 $i=3$ 。再用 $i=3$ 计算 $S+i$ ，得到值 6，将此值赋给 S ，使 $S=6$ 。再继续下一轮循环。如此进行下去，最后的结果是， S 的初值 0 上先后加上了 i 的值 1, 2, 3, ..., 1 000。因此 S 最后的值是 $1+2+3+\cdots+1\,000=500\,500$ 。

实际的操作过程：在 Scilab 的文本编辑器中编写上面的程序。然后将此程序保存在 C 盘中。文件名是任意的，但文件名的后缀必须是 .sci。要运行此程序时，点击菜单中的“Load into Scilab”，计算机就会自动运算，得到结果。由于程序的第三行用分号结尾，因此 S 的值不会显示出来。要在提示符--> 下键入 S ，屏幕上才会显示 $S=500\,500$ 。

为了进行流程分析，可以去掉程序第三行最后的分号，保存之后再运行程序，则每一次循环后 S 的值都会在屏幕上显示出来。可是，1 000 个 S 都显示出来的话实在太多。因此有必要修改程序第二行 i 的终值。如果将程序的第三行写成

$$i, S=S+i$$

则每一次循环后 i 和 S 的值都显示出来了。这样便于进行流程分析，比较计算机运行的过程与我们预先设想的过程，发现错误（如果有的话）。在屏幕上显示计算机运行的全过程是调试程序的方法之一。

教学环节 2：应用举例

教学内容：教师提出新的问题，要求学生用 for 循环语句编写程序。这些问题可以是：

求 $1^2+2^2+3^2+\cdots+100^2$ ；

求 $1^3+2^3+3^3+\cdots+100^3$ ；

求 $\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{1\,000}$ ；

求 $1\times 2+2\times 3+3\times 4+\cdots+99\times 100$ ；

求 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{100}$ 。

这些问题可以通过修改循环体和 i 的终值来解决。教师也可以提出

求 1 000 以内的正偶数（或正奇数）的和。

这可以通过将 i 的步长设定为 2 来解决。教师还可以提出

求 $1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+99^2-100^2$ 。

这可以通过分别求奇数项与偶数项的和，然后综合起来；也可以运用求余数运算 modulo(N , k) 编写程序。这里 modulo(N , k) 给出整数 N 除以整数 k 的余数，比如 modulo(13, 5)=3。下面的程序

```
S=0;
for i=1: 1: 100
    if modulo(i, 2)==1,
        S=S+i^2;
```

```

        else S=S-i2;
    end
end
S

```

运行后，在屏幕上显示 $S=1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+99^2-100^2$ 的值。

教师也可以提出

求 $1\times 2\times 3\times \cdots \times 20$ 。

教学环节 3：方法之深化

教学内容：教师提出问题：某种蛋白质由四种氨基酸组合而成。这四种氨基酸的分子量分别为 57, 71, 97, 101。实验测定蛋白质的分子量为 800。问这种蛋白质的组成有哪几种可能？

教师引导学生求解如下：设四种氨基酸在蛋白质的组成中各有 x, y, z, w 个。则依题意有

$$57x+71y+97z+101w=800.$$

这里 $0\leq x\leq 14, 0\leq y\leq 11, 0\leq z\leq 8, 0\leq w\leq 7$ 。采用穷举法，考虑一切可能的情形。运用 for 循环语句的嵌套，编写程序如下：

```

for w=0: 7
    for z=0: 8
        for y=0: 11
            for x=0: 14
                if 57x+71y+97z+101w==800
                    print(%io(2), w, z, y, x)
                end
            end
        end
    end
end
end

```

运行此程序求得 5 组解：(0, 0, 2, 6), (0, 7, 0, 3), (8, 2, 0, 2), (1, 5, 4, 0), (4, 1, 1, 4)。可以设想，运用技术手段进一步测定哪些氨基酸不出现后，很容易确定蛋白质的组成。

教学环节 4：方法之转化

教学内容：教师提出问题：能否用条件语句来实现 for 循环？

思考这个问题的意义是，它不但让我们更深刻地理解条件语句和循环语句，还有下面两层意义：

①多了一种实现 for 循环的手段；②在某些程序设计语言中，for 循环语句就是用条件语句实现的。我们需要有能力从中辨认出循环结构，以帮助理解该程序。

下面的格式实现 for 循环：

```

i=初值;
if i≤终值
    循环体
    i=i+步长;
end

```

教学环节 5: 归纳总结

for 循环语句的格式

for 循环变量=初值: 步长: 终值

循环体

end

课后作业 (略).

五 习题参考答案与提示

练习 A (第 7 页)

1. S1 令 $\max=a$;

S2 如果 $b>\max$, 则 $\max=b$;

S3 如果 $c>\max$, 则 $\max=c$;

S4 如果 $d>\max$, 则 $\max=d$;

S5 $\max$ 为所求的最大值.

2. (1)

$$\begin{cases} 3x-2y=-2 \\ 7x-y=18 \end{cases}$$

①

②

由① $\times(-\frac{7}{3})$ +②得

$$\frac{11}{3}y=\frac{68}{3}, \text{ 所以 } y=\frac{68}{11}.$$

$$\text{将 } y \text{ 代入①得 } x=\frac{\frac{136}{11}-2}{3}=\frac{38}{11}.$$

$$\text{答: } x=\frac{38}{11}, y=\frac{68}{11}.$$

(2)

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 6x+12y=11 \end{cases}$$

①

②

由① $\times(-3)$ +②得

$$3y=2, \text{ 所以 } y=\frac{2}{3}.$$

$$\text{将 } y \text{ 代入①得 } x=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}.$$

$$\text{答: } x=\frac{1}{2}, y=\frac{2}{3}.$$

3. S1 圆心到直线的距离 $d=\frac{|aA+bB+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$;

S2 如果 $d>r$, 直线与圆相离,

如果 $d=r$, 直线与圆相切,

如果 $d<r$, 直线与圆相交.

4. (1) 打开 Scilab 程序, 在界面上按下面格式输入方程组的系数 (矩阵) 和常数项:

--> A=[3, -2, 1; 5, 2, -3; 1, 3, 5]; //按 Enter 键

--> B=[-4; 12; -1]; //按 Enter 键

--> linsolve(A, -B) //按 Enter 键

界面上立即出现

ans=

! 0.6031746 !

! 2.1111111 !

! -1.5873016 !

这个方程组的解是

$x=0.603\ 174\ 6$, $y=2.111\ 111\ 1$, $z=-1.587\ 301\ 6$.

- (2) 输入方程组的系数与常数项:

--> A=[1, 1, 1; 3, -3, -1; 1, -1, -1];

--> B=[12; 16; -2];

--> linsolve(A, -B)

ans=

! 5 !

! -4 !

! 11 !

这个方程组的解是

$x=5$, $y=-4$, $z=11$.

练习 B (第 7 页)

1. S1 正三棱锥的底面积 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$;

S2 正三棱锥的高 $h=\sqrt{l^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2}$;

S3 正三棱锥的体积 $V=\frac{1}{3}Sh$.

2. S1 取序列的第一个数;

S2 将所取出的数与 18 比较;

S3 如果相等, 则输出该数, 结束算法;

如果不相等, 则取下一个数, 再执行 S2.

因为所搜索的数字序列只有有限个数, 算法必定在有限步之后结束.

3. 设两分数分别为 $\frac{b}{a}$ 和 $\frac{d}{c}$ ($a \neq 0$, $c \neq 0$).

- S1 将分母 a, c 相乘作分母;
 S2 将分子 b, d 相乘作分子;
 S3 约去 ac 与 bd 的公约数;
 S4 输出结果.

练习 A (第 9 页)

1. 见教材.
2. 见下图 1.
3. (1) 见下图 2.
(2) 见下图 3.

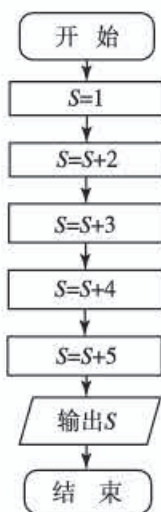


图 1



图 2

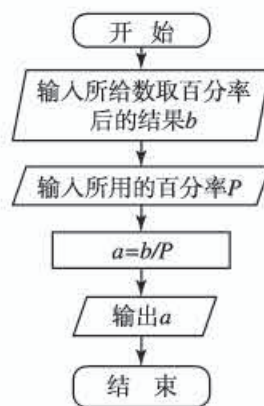
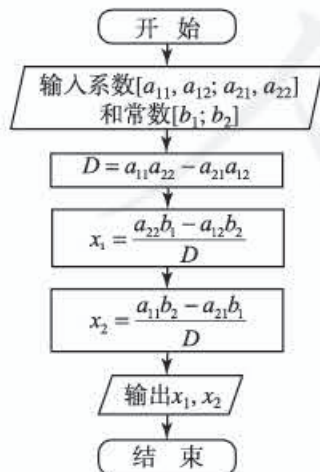


图 3

练习 B (第 10 页)

1. 略.
- 2.



$$a_{11} = 3, a_{12} = -1; a_{21} = 2, a_{22} = 5$$

$$b_1 = 5; b_2 = 8$$

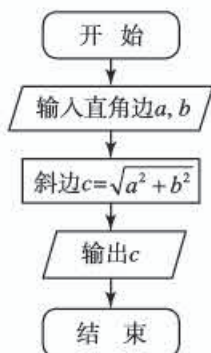
$$D = 17$$

$$x_1 = \frac{33}{17}$$

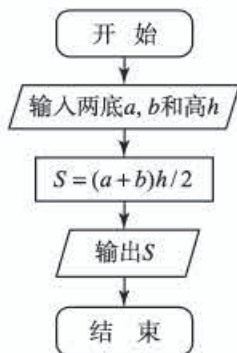
$$x_2 = \frac{14}{17}$$

练习 A (第 12 页)

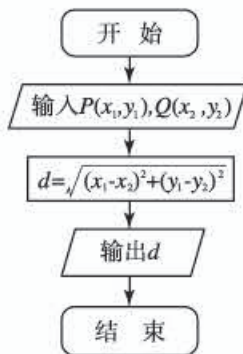
1.



2.



3.

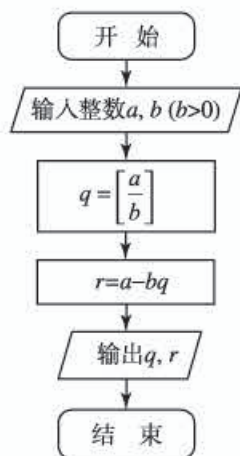


4. 两整数 a, b 相除时, 总假定除数 $b > 0$. 设 $a \div b$ 的商为 q 及余数为 r , 则

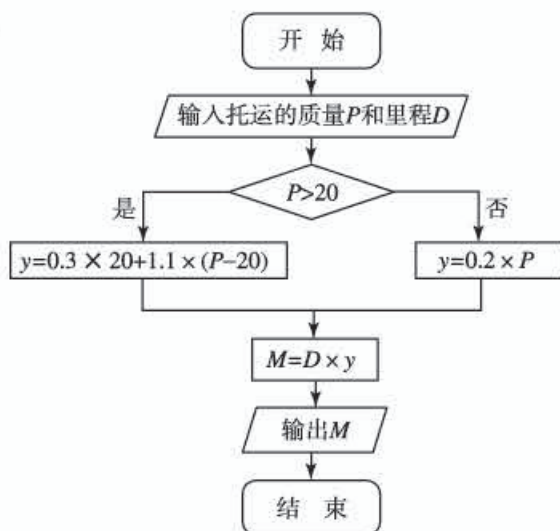
$$a = bq + r, \text{ 其中 } 0 \leq r < b.$$

因此, $q = \left[\frac{a}{b} \right]$, 其中 $[x]$ 是取整函数, 即 $[x]$ 等于不超过 x 的最大整数. 余数 $r = a - bq$.

由此得框图如下:

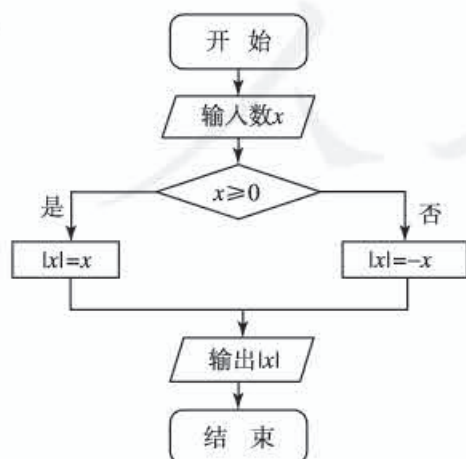


5.

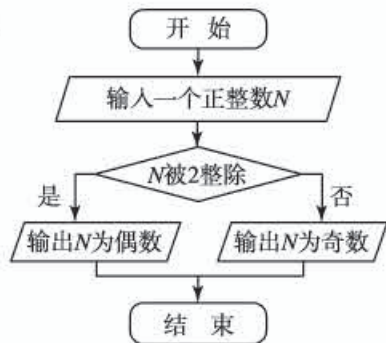


练习 B (第 12 页)

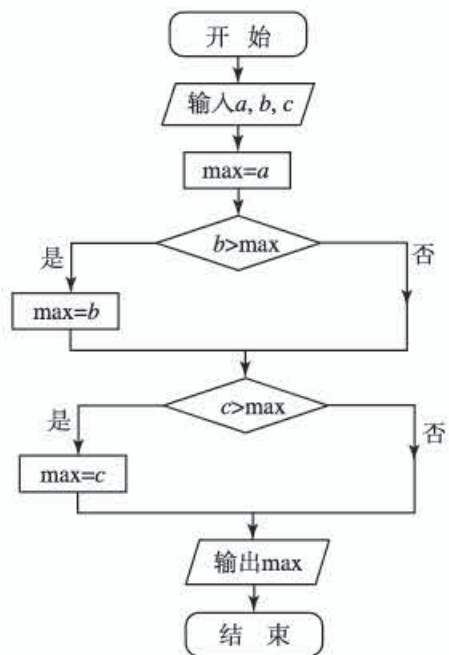
1.



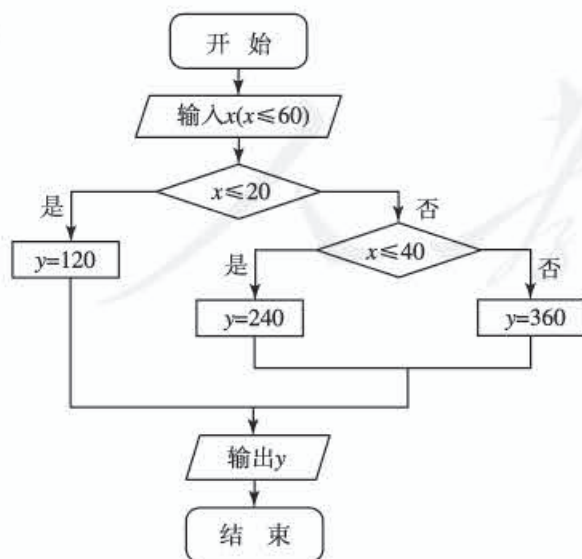
2.



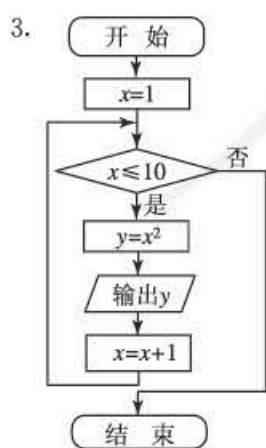
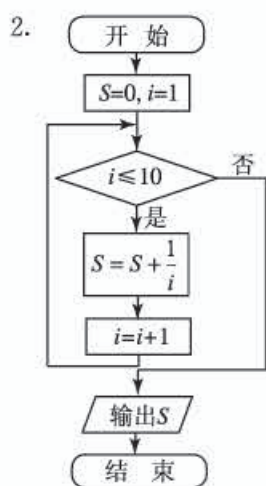
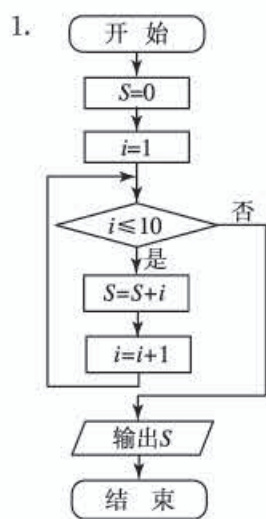
3.



4.

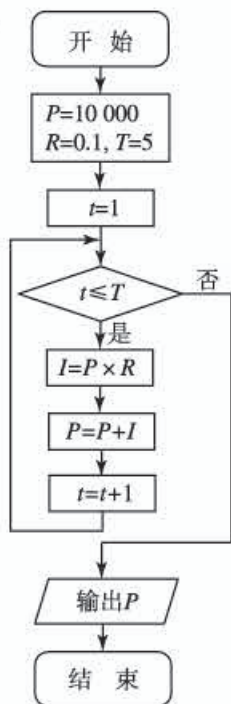


练习 A (第 14 页)

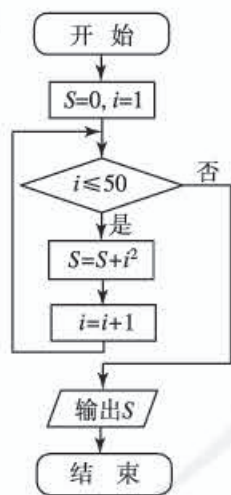


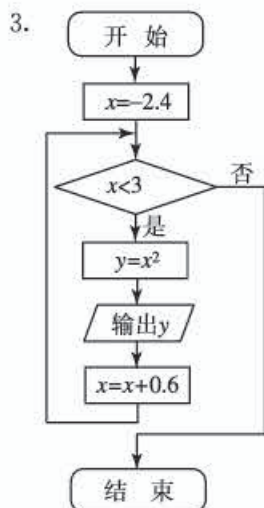
练习 B (第 14 页)

1.



2.

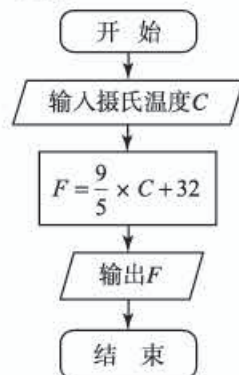




习题 1-1A (第 15 页)

1. 算法：用顺序结构求华氏温度.

框图：



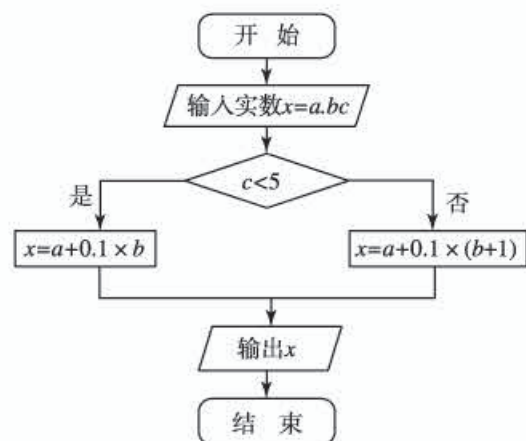
2. 算法：用顺序结构，如下：

- S1 计算法定工作时间 $60 - 20 = 40(\text{h})$;
 S2 计算法定工作时间工资 $40 \times 8 = 320(\text{元})$;
 S3 计算加班工作时间工资 $20 \times 10 = 200(\text{元})$;
 S4 计算总工资 $320 + 200 = 520(\text{元})$;
 S5 计算净得工资 $0.9 \times 520 = 468(\text{元})$;
 S6 输出结果.

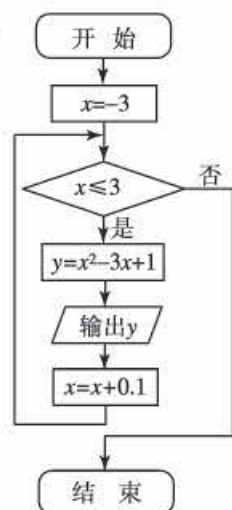
框图：略.

3. 将有两位小数的实数 x 表示成 $a.bc$ 形，其中 a, b, c 都为整数，且 $0 \leq b \leq 9, 0 \leq c \leq 9$.

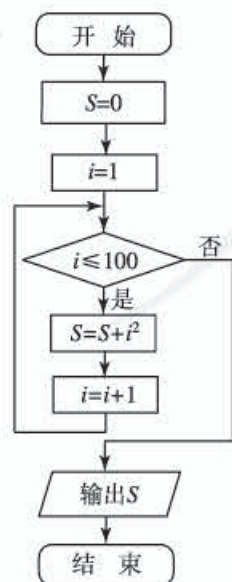
框图：



4.



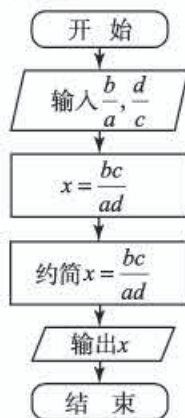
5.



习题 1-1B (第 15 页)

1. 算法：用顺序结构.

框图：

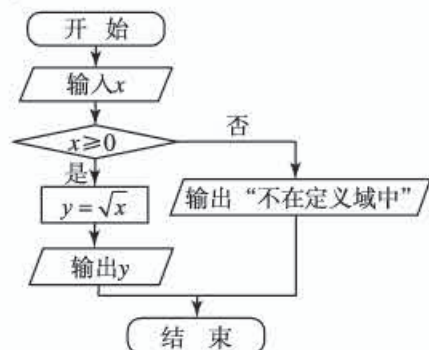


2. 略.

3. 因为输入的自变量 x 是任意实数，第 (1) (2) 小题要先判断 x 是否在定义域内.

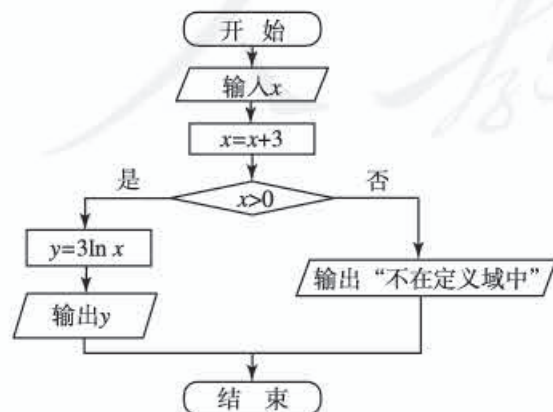
(1) 算法：用条件分支结构.

框图：



(2) 算法：用条件分支结构.

框图：



(3) 算法：用顺序结构.

框图略.

(4) 算法：用顺序结构.

框图略.

4. 本题题意为用一架无砝码的天平挑出最重的球. 设六个小球的重量分别为 $w_1, w_2, \dots, w_6$.

算法：

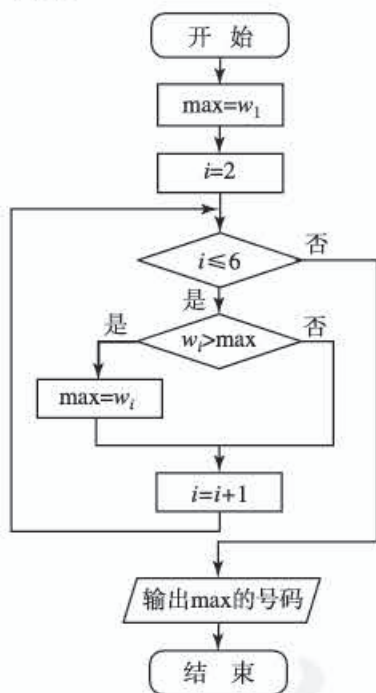
S1 将 1 号球放在天平左边，2 号球放在天平右边.

S2 比较两球重量后，淘汰较轻的球，将较重的球放在天平左边.

S3 将下一号球放在天平右边比较重量，重复执行 S2.

S4 最后留在天平左边的球是最重的球.

框图：



练习 A (第 20 页)

1. (1) $a=-5, b=8, c=8$.

(2) $a=-5, b=8, c=-5$.

2. $x=13$

$y=x * x * x$

3. $a=\text{input}("a=")$

$h=\text{input}("h=")$

$S=a * h$;

$\text{print}(\%io(2), S)$

```

4. a=input("a=")           //输入
   b=input("b=")           //输入
   c=input("c=")           //输入
   aver=(a+b+c)/3;         //计算
   print(%io(2), aver)     //输出

```

练习 B (第 20 页)

- 程序: $a=1$; $b=-3$; $c=2$;
 $d=b*b-4*a*c$;
 if $d \geq 0$, $t=\text{sqrt}(d)$;
 $x1=(-b+t)/(2*a)$;
 $x2=(-b-t)/(2*a)$;
 else disp("no solution")
 end
 print(%io(2), x1, x2)
- $a11=1$; $a12=1$; $a21=3$; $a22=-1$;
 $b1=-1$; $b2=13$;
 $D=a11*a22-a21*a12$;
 if $D \neq 0$,
 $x1=(b1*a22-b2*a12)/D$;
 $x2=(b2*a11-b1*a21)/D$;
 else disp("no solution or infinitely many solutions")
 end
 print(%io(2), x2, x1)
- $b=\text{input}("b=")$
 $h=\text{input}("h=")$
 $S=b*h/2$;
 print(%io(2), S)
- $x1=\text{input}("x1=")$ //输入
 $x2=\text{input}("x2=")$ //输入
 $y1=\text{input}("y1=")$ //输入
 $y2=\text{input}("y2=")$ //输入
 $d=\text{sqrt}((x2-x1)*(x2-x1)+(y2-y1)*(y2-y1))$

练习 A (第 22 页)

- $x=\text{input}("x=")$
 if $x \geq 0$, $y=x$,
 else $y=-x$,

```

end
2. a=input("a=")           //输入
   b=input("b=")           //输入
   c=input("c=")           //输入
   if a>b, max=a,
   else max=b,
   end
   if c>max, max=c,
   end
   print(%io(2), max)
3. a=rand();
   if a>=0.5, v=1;
   else v=0;
   end
   print(%io(2), a, v)

```

练习 B (第 22 页)

```

1. a=input("a=");
   if a<=0, disp("wrong input")
   else log(a)
   end
2. a=input("a=")           //输入
   b=input("b=")           //输入
   c=input("c=")           //输入
   if a<b, min=a;
   else min=b;
   end
   if c<min, min=c;
   end
   print(%io(2), min)
3. p=input("expense=")
   if p>=500, p=0.97*p;
   disp("after discount")
   print(%io(2), p)
   end
4. x=input("x=")
   if x<-1, y=1;
   else if x>1, y=-1;

```

```

        else y=0;
    end
end
print(%io(2), y)

```

练习 A (第 25 页)

- ```

1. S=0;
 for i=1:1:10
 S=S+i
 end
 S

```

//设定初值  
//设定 i 的初值,步长,终值  
//循环计算  
//显示变量 S 的值
- ```

2. S=0;
   for i=2:2:98
       S=S+i;
   end
   S

```
- ```

3. M=300;
 for i=1:1:8
 M=M*(1+0.05);
 end
 M

```
- ```

4. S=0;
   for i=0.1:0.1:1.0
       S=S+i;
   end
   S

```

练习 B (第 25 页)

- ```

1. S=0; j=0;
 for i=1:2:99
 S=S+i;
 j=j+1;
 if j<=5, S
 end
end
disp("number of cycles is")
print(%io(2), S, j)

```
- ```

2. j=1;

```

```

while j*j*j<10000
    j, j=j+1;
end
3. S=0;
   for i=1:1:10
       S=S+1/i;
   end
   S
4. S=0; M=1;
   for i=1:1:64
       S=S+M;
       M=2*M;
   end
   S

```

习题 1-2A (第 26 页)

1. (1) a=input("a=")

 b=input("b=")

 c=input("c=")

 a+b+c

 (2) a=input("a=")

 b=input("b=")

 c=input("c=")

 4*a+b+3*c

 (3) a=input("a=")

 b=input("b=")

 c=input("c=")

 b*b-4*a*c

 (4) a=input("a=")

 b=input("b=")

 c=input("c=")

 (a+b)/c
2. (1) x=input("x=")

 y=3*x*x*x*x-5*x*x*x+1

 (2) x=input("x=")

 y=x*x*x*x*x-x*x
3. r=10.945

 S=%pi*r*r //程序中用%pi 表示 π

```

4. j=1
   while j*j<1000,
       j, j=j+1;
   end
5. for m=1:1:8
    for n=1:1:8
        if m+n<10,
            print(%io(2), m, n)
        end
    end
end
end

```

习题 1-2B (第 26 页)

```

1. r=input("r=")
   h=input("h=")
   V=%pi*r*r*h/3
2. x=input("income=")
   if x>5000, disp("exceeding limit") //超出范围
   else if x<=1000,
       Tax=0;
   else if x<=3000,
       Tax=0.1*x;
   else Tax=0.25*x;
   end
   end
   print(%io(2), Tax)
end
框图略.
3. S=0
   for i=1:1:100
       if modulo(i, 2)==1 //如果 i 是奇数
           S=S+1/i;
       else S=S-1/i;
       end
   end
end
print(%io(2), S)
也可对奇数项和偶数项分别求和,再求总和.

```

探索与研究 (第 28 页)

欧几里得算法的程序:

```
a=input("a=")
b=input("b=")
while modulo(a,b) <> 0,
    r=modulo(a,b);
    a=b; b=r;
end
d=b
```

探索与研究 (第 30 页)

用正 $6n$ 边形的周长求 π 的近似值的程序:

```
k=input("k=");           //输入迭代次数
n=6; x=1;
for i=1:1:k
    h=sqrt(1-(x/2)^2);
    L=n*x;
    n=2*n;
    x=sqrt((x/2)^2+(1-h)^2);
end
print(%io(2), L/2)
```

探索与研究 (第 31 页)

逐项求和法的算法步骤:

- (1) 输入多项式次数 n 及各系数 $a(0), a(1), a(2), \dots, a(n)$;
- (2) 输入变量 x 的值;
- (3) 令 $y=a(0), c=x$;
- (4) for $i=1:1:n$
 $y=y+a(i)*c$
 $c=c*x$;
end
- (5) 输出 y

习题 1-3A (第 32 页)

1. 运行教材第 28 页程序得:

- (1) $(80, 36)=4$;
- (2) $(294, 84)=42$;

(3) (176, 88)=88.

2. “等值算法”的程序语句见教材第 28 页.

框图略.

3. 秦九韶算法的程序语句:

```
n=input("n=");           //输入多项式次数
a=zeros(1, n+1);
for i=1:1:n+1,
a(i)=input("a(i)=")       //输入多项式系数, a(i)为  $x^{(i-1)}$  的系数
end
x=input("x=")             //输入自变量的值
y=a(n+1);
for i=1:1:n
y=y*x+a(n+1-i);
end
y
```

框图略.

4. (1) 用上题的算法可求得

$f(-10)=-1144,$	$f(-9)=-840,$	$f(-8)=-594,$	$f(-7)=-400,$	
$f(-6)=-252,$	$f(-5)=-144,$	$f(-4)=-70,$	$f(-3)=-24,$	
$f(-2)=0,$	$f(-1)=8,$	$f(0)=6,$	$f(1)=0,$	
$f(2)=-4,$	$f(3)=0,$	$f(4)=18,$	$f(5)=56,$	
$f(6)=120,$	$f(7)=216,$	$f(8)=350,$	$f(9)=528,$	$f(10)=756.$

- (2) 用下面的秦九韶算法的程序求得函数图象与 x 轴交点的横坐标为 -2, 1, 3.

```
a(4)=1; a(3)=-2; a(2)=-5; a(1)=6;
x=input("chuzhi");           //输入不同的初值
其他各行的程序语句参照教材第45页的程序语句.
```

习题 1-3B (第 33 页)

略.

思考与交流 (第 34 页)

略.

巩固与提高 (第 35 页)

1. (1) 算法分析: 用顺序结构算法.

程序: $x=64$

$y=x*x+3*x-7$

- (2) 算法分析: 用顺序结构算法.

程序: $x=12$

$y=x*x*x-x+1$

2. 算法分析: 用条件分支结构算法.

程序: $a=1; b=-7; c=12;$

$d=b*b-4*a*c;$

if $d \geq 0$, $t=\text{sqrt}(d);$

$x1=(-b+t)/(2*a);$

$x2=(-b-t)/(2*a);$

else disp("no solution")

end

print(%io(2), $x1, x2$)

3. 算法分析: 用顺序结构算法.

程序: $x=\text{input}("x=");$

$y=x*x-2*x+3$

4. 算法分析: 用顺序结构算法.

程序: $a=\text{input}("a=");$

$A=\text{input}("A=");$

$b=a/\tan(A)$

$c=a/\sin(A)$

5. 算法分析: 用条件分支结构算法.

(1) 程序: $x=\text{input}("x=")$

if $x \leq 0$,

$y=x;$

else $y=x*x+1;$

end

y

(2) 程序: $x=\text{input}("x=")$

if $x > 0$,

$y=(x+1)*(x+1);$

else $y=(x-1)*(x-1);$

end

y

自测与评估 (第 35 页)

1. $x=\text{input}("x=")$

$y=\cos(x/180*\%pi)$

2. $x1=\text{input}("x1=")$

$x2=\text{input}("x2=")$

```

x3=input("x3=")
x4=input("x4=")
aver=(x1+x2+x3+x4)/4
3. a=input("a=")
   b=input("b=")
   h=input("h=")
   S=(a+b)*h/2
4. c=input("c=");
   A=input("A=");
   a=c*sin(A)
   b=c*cos(A)
5. a=input("a=")
   b=input("b=")
   c=input("c=")
   if a>=b,
       a1=a; a2=b;
   else a1=b; a2=a;
   end
   if a2>=c,
       a3=c;
   else a3=a2; if c>a1,
       a2=a1; a1=c;
   else a2=c;
   end
   end
   print(%io(2), a3, a2, a1)
6. for x=-2:0.4:2,
    y=x*x*x,
end
7. 算法分析：设买  $x$  只公鸡， $y$  只母鸡， $z$  只小鸡，则  $x+y+z=100$ ， $5x+3y+z/3=100$ ，其中  $0<x<21$ ， $0<y<34$ 。先对  $x$ ， $y$  循环。对每一对  $(x, y)$ ，应有  $z=100-x-y$ ，再检验  $5x+3y+z/3=100$  的条件是否满足。如果满足，则输出  $(x, y, z)$ 。
程序如下：
for x=1:1:20
    for y=1:1:33
        z=100-x-y;
        if 5*x+3*y+z/3==100,
            print(%io(2), z, y, x)
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end

```

程序运行后得到三组解：(4, 18, 78), (8, 11, 81), (12, 4, 84).

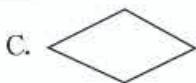
六 反馈与评价

(一) 知识与方法测试

(本试卷提到的程序语句均指 Scilab 程序语句)

一、选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 下列框图符号中, 表示判断框的是_____.



2. 下列程序语句中, 正确的是_____.

A. $x=3$

B. $3=x$

C. $x-3=0$

D. $3-x=0$

3. 已知变量 a , b 已被赋值, 要交换 a , b 的值, 应采用下面_____的算法.

A. $a=b, b=a$

B. $a=c, b=a, c=b$

C. $a=c, b=a, c=a$

D. $c=a, a=b, b=c$

4. 用 Scilab 指令解二元一次方程组 $2x+3y=1, 7x-2y=5$ 时, 在界面上的输入应该是_____.

A. $A=[2, 3, 7, -2]$

B. $A=[2, 3; 7, -2]$

$B=[1, 5]$

$B=[1; 5]$

C. $A=[2, 7, 3, -2]$

D. $A=[2, 7; 3, -2]$

$B=[1, 5]$

$B=[1; 5]$

5. 为了在运行下面的程序之后得到输出 $y=9$, 键盘输入应该是_____.

```
x=input("x=")
```

```
if x<0, y=(x+1)*(x+1);
```

```
else y=(x-1)*(x-1);
```

```
end
```

```
y
```

A. $x=-4$

B. $x=-2$

C. $x=4$ 或 -4

D. $x=2$ 或 -2

二、填空题 (每题 4 分, 共 32 分)

6. 算法的三种基本逻辑结构是_____, _____, _____.

7. 已知圆的半径是 r , 求圆的周长 L 的公式写成程序语句是_____.

8. 下面的程序语句执行后的输出是_____.

a=1, b=2, c=3;

(a*a+b*b+c*c)/(2*a*b*c)

9. 下面的程序语句执行后的输出是 i=_____, j=_____.

i=5, j=-2;

i=i+j, j=i+j

10. 下面的程序语句执行后的输出是 j=_____.

j=1;

while j*j<100, j=j+1; end

11. 下面的程序语句执行后输入 a=3, b=-1, n=5, 输出是 c=_____.

a=input("a=");

b=input("b=");

n=input("n=");

for i=1:1:n-2

c=a+b,

a=b; b=c;

end

c

12. 下面的程序语句执行后输入 40, 输出是 y=_____.

x=input("x=");

if x>50, y=x*x+2;

else if x<=10,

y=0;

else if x<=30,

y=0.1*x;

else y=0.25*x;

end

end

print(%io(2), y)

end

13. 在解二元一次方程组
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 & (1) \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 & (2) \end{cases}$$
 时, 设 $a_{11} \neq 0$. 高斯消去法的第一步是_____.

三、解答题 (共 48 分)

14. (8 分) 下面的程序完成的任务是什么? 在运行该程序后, 如果键盘的输入是 x=-2, 问输出是什么?

a(4)=2; a(3)=-1; a(2)=3; a(1)=-5;

```

x=input("x=");
y=a(4);
for i=3:-1:1
y=y*x+a(i);
end
y

```

15. (10 分) 电信公司推出的一种手机月费方案为, 如果全月的通信时间不超过 150 分钟, 则收固定的月费 60 元; 如果全月的通信时间超过 150 分钟, 则在固定的月费之外, 对超过 150 分钟的部分按每分钟 0.30 元收费. 画出计算手机月费的算法的框图.
16. (10 分) 平面上一条直线将平面分成 2 块, 2 条直线最多将平面分成 4 块, 设 n 条直线最多将平面分成 f_n 块, 可以证明 f_n 满足关系式 $f_{n+1}=f_n+n+1$, $n \geq 1$. 写出应用此关系式求 f_{10} 的程序.
17. (12 分) 幼儿园的一个班有 30 个儿童. 现有 680 元, 计划给每个儿童买一个玩具. 已知大玩具每个 35 元, 中玩具每个 25 元, 小玩具每个 10 元. 问用完 680 元, 大中小玩具各买多少个? 请编程序求出所有可能的方案.
18. (8 分) 请举例说明求多项式的值的秦九韶算法为什么比常用的顺序算法优越.

知识与方法测试参考答案

1. C
2. A
3. D
4. B
5. C $x=4$ 或 -4 .
6. 顺序结构 条件分支结构 循环结构
7. $L=2 * \%pi * r$
8. $7/6=1.166\ 666\ 7$
9. $i=3, j=1$
10. $j=10$
11. $c=3$
12. $y=10$

13. $(1) \times \left(-\frac{a_{21}}{a_{11}}\right) + (2)$

14. 这是求多项式 $y=2x^3-x^2+3x-5$ 的值的秦九韶算法的程序. 输出是 $y=-31$.

15. 提示: 用条件分支结构. 在 $t \leq 150$ 时, 月费为 $y=60$; 在 $t > 150$ 时, 月费为 $y=60+0.30 \times (t-150)$. 框图略.

16. $x=2$;

for $n=1:1:9$

$x=x+n+1$;

end

x

17. 设买 x 个大玩具, y 个中玩具, z 个小玩具, 则 $x+y+z=30$, $35x+25y+10z=680$, 其中 $0 < x < 20$, $0 < y < 28$. 先对 x, y 循环. 对每一对 (x, y) , 应有 $z=30-x-y$, 再检验 $35x+25y+10z=680$ 的条件是否满足. 如果满足, 则输出 (x, y, z) .

程序如下:

for $x=1:1:19$

for $y=1:1:27$

$z=30-x-y$;

if $35*x+25*y+10*z==680$,

print(%io(2), z, y, x)

end

end

end

程序运行后得到五组解: $(2, 22, 6)$, $(5, 17, 8)$, $(8, 12, 10)$, $(11, 7, 12)$, $(14, 2, 14)$.

18. 提示: 秦九韶算法比常用的顺序算法做的乘法次数少 (参考教材).

(二) 评价建议

(1) 根据本章课后作业情况、测验成绩可以作为评价的一个方面.

(2) 本章的重点是算法思想的教学, 主要内容是将数学中的算法与计算机技术建立联系, 形式化地表示算法, 主要目的是使学生体会算法的思想, 提高逻辑思维能力. 因此能够有条理地、清晰地用程序框图表达算法是这一章的基本要求.

(3) 在条件允许的学校, 可要求学生能在计算机上实现信息技术与数学课程内容的有机整合, 将自然语言或程序框图翻译成计算机语言, 通过具体实例的上机实现 (或编程) 帮助学生理解算法思想及其作用, 根据学生的上机作业进行评价.



第二章

统 计

一 课程目标

(一) 知识与技能目标

1. 能从现实生活或其他学科中提出具有一定价值的统计问题.
2. 结合具体的实际问题情景, 理解随机抽样的必要性和重要性.
3. 在参与解决统计问题的过程中, 学会用简单随机抽样方法从总体中抽取样本; 通过对实例的分析, 了解分层抽样和系统抽样方法.
4. 能通过试验、查阅资料、设计调查问卷的方法收集数据.
5. 通过实例体会分布的意义和作用, 在表示样本数据的过程中, 学会列出频率分布表、画频率分布直方图、频率折线图、茎叶图, 体会它们各自的特点.
6. 通过实例理解样本数据标准差的意义和作用, 学会计算数据标准差.
7. 能根据实际问题的需求合理地选取样本, 从样本数据中提取基本的数字特征; 初步体会样本频率分布和数字特征的随机性.
8. 在解决统计问题的过程中, 进一步体会用样本估计总体的思想, 会用样本的频率分布估计总体分布, 会用样本的基本数字特征估计总体的基本数字特征; 初步体会样本频率分布和数字特征的随机性.
9. 形成对数据处理过程进行初步评价的意识.
10. 通过收集现实问题中两个有关联变量的数据作出散点图, 并利用散点图直观认识两变量的关系.
11. 经历用不同估算方法描述两个变量线性相关的过程. 体会最小二乘法的思想, 能根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程.

（二）过程与方法目标

统计是为了从数据中提取信息，其特征之一是通过部分数据来推测全体数据的性质。教学中教师必须通过案例来进行，引导学生根据实际需求合理地选择不同的方法，合理地选取样本，并从样本数据中提取需要的数字特征。这样可以使学生经历较为系统的数据处理全过程，在此过程中学习一些数据处理的方法，并运用所学知识、方法去解决实际问题，体会统计思维与确定性思维的差异，注意到统计结果的随机性，统计推断是有可能犯错误的，体会统计的作用和基本思想。本章是组织学生进行研究性学习的好机会，在本章的最后有一个实习作业，让学生体会数学在实际生活中的应用。

（三）情感、态度与价值观目标

1. 本章在序言中讲述了统计在军事以及其他领域的应用，让学生了解数学应用的广泛性，同时激发了学生的学习兴趣。

2. 现代社会是信息化的社会，人们常常需要收集数据，根据所获得的数据提取有价值的信息，作出合理的决策。统计是研究如何合理的收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。因此，统计基础知识已经成为一个未来公民的必备常识。在本模块中通过对数据的收集、整理和分析，增强学生的社会实践能力，培养学生解决问题的能力。

二 教材分析

（一）编写特色

1. “课标”把统计内容分为两个层次，分必修和选修。选修部分文理科的内容要求有所不同。必修学习随机抽样、用样本估计总体、变量的相关性等内容。选修文（1—2）和理（2—3），通过案例学习独立性检验假设检验和回归分析。

2. 先学统计后学习概率。这个学习顺序与先学概率后学统计正好相反。“课标”为什么这样安排？我们体会可能有以下几点：（1）用统计思想先让学生了解随机变量的概念；（2）用频率和频率分布代替概率和概率分布，为学生学习概率知识作必要的准备；（3）概率较为抽象，统计与生活、生产密切相关，用统计带动概率的学习，可激发学生学习概率与统计的兴趣。

3. 通过实例体会统计学的“科学方法”：随机抽样（随机试验）、用样本推断总体。

（二）内容结构

1. 内容编排

本章内容是在初中“统计初步”的基础上学习的。在数理统计中要研究两个基本问题：一是如何从总体中抽取样本，一是如何通过对所抽取的样本进行计算和分析，对总体的相应情况作出推断。

本章先介绍了简单随机抽样、系统抽样、分层抽样这三种常用的抽样方法。在学生学会用随机抽样的方法在总体中抽取样本后，接着介绍如何用样本估计总体，一是如何用样本的频率分布估计总体分布；一是如何用样本的某种特征数去估计总体的相应的特征数，其中用样本平均数估计总体平均数的问题在初中已作介绍，而本章内容的介绍完全是初中相关内容的继续和深入。最后，介绍了两个变量之间的关系，除了函数关系这种确定性的关系以外，还大量存在因变量的取值带有一定随机性的两个变量之间的关系——相关性。

2. 地位与作用

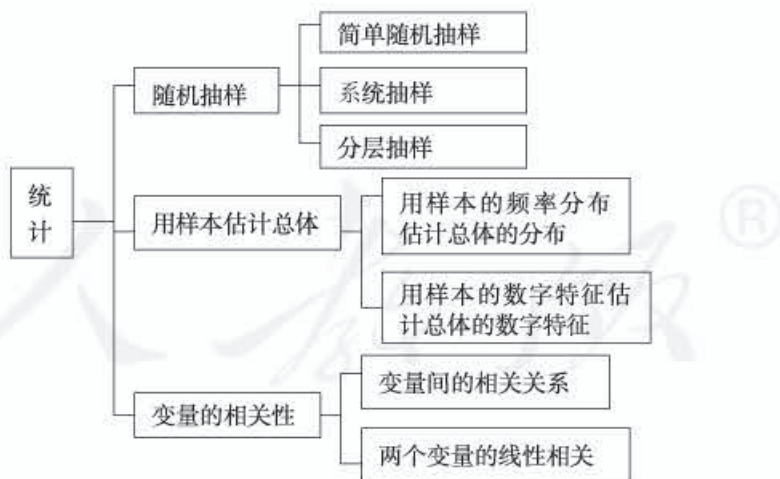
统计是研究如何合理的收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。在日常生活中，人们常常需要收集数据，根据所获得的数据提取有价值的信息，作出合理的决策。统计基础知识已经成为一个未来公民的必备常识。在本模块中通过对数据的收集、整理和分析，增强学生的社会实践能力，培养学生解决问题的能力，增强学生学习数学的兴趣。

3. 重点与难点

本章的重点是抽样方法和用样本估计总体的均值。

本章的难点是对方差意义的理解以及统计知识在实际问题的应用。

4. 本章知识结构



（三）课时分配

本章教学时间约 15 课时，具体分配如下（仅供参考）：

2.1 随机抽样	
2.1.1 简单的随机抽样	1 课时
2.1.2 系统抽样	
2.1.3 分层抽样	1 课时
2.1.4 数据的收集	1 课时
2.2 用样本估计总体	
2.2.1 用样本的频率分布估计总体的分布	2 课时
2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征	3 课时
2.3 变量的相关性	
2.3.1 变量间的相关关系	1 课时
2.3.2 两个变量的线性相关	2 课时
实习作业	2 课时
本章复习和小结	1 课时
全章机动课时	1 课时

(四) 教学建议

2.1 随机抽样

引言主要是通过实例,让学生理解总体、个体、样本和随机抽样四个概念.总体在这里主要是指有限的总体.对这些概念不要一带而过,正确理解这三个概念和它们之间的关系对整章的学习至关重要.随机抽样应满足:对总体中的每个个体都能抽到,并且抽到的机会是均等的.什么叫做均等,不能由概率来描述,这里只能由学生的经验体会.

2.1.1 简单随机抽样

1. 本小节的重点是简单的随机抽样以及应用.

2. 教师应注意到,很难用自然语言来描述简单随机抽样这个概念.教材用“等可能性”或“机会均等”来描述,学生能有些体会即可.教师必须能从理论上理解简单随机抽样概念.在上这一节课前教师必须清楚:

(1) 什么是放回和不放回简单抽样?

(2) 对不放回的简单随机抽样和简单随机样本,在元素为 N 的总体中,抽取样本容量为 n 的样本,每一个个体在总体中被抽取的概率都为 $1/N$. 每一个随机样本被抽到的概率为 $\frac{1}{C_N^n}$.

可用一个简单的例子说明简单随机抽取样本的概念.

设总体由 A, B, C 三个元素组成,即 $N=3$,我们想得到 $n=2$ 个元素构成的随机样本,这样获得随机样本的总个数为从 3 个元素中取出两个元素的组合数,等于 3. 即

$(A, B), (B, C), (A, C),$

其中任一个被同取的概率都等于 $1/3$. 每一个元素被选入样本的概率也是相同的.

对一个确定的元素,在第一次抽取时,它的概率为 $\frac{1}{3}$,没有被抽取的概率为 $\frac{2}{3}$,而第二次被抽到,这时抽到的概率为 $\frac{1}{2}$,依据乘法原理两次事件同时发生的概率为

$$\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}.$$

这就是说,对任一个元素,第一次未被抽到且第二次被抽到的概率仍是 $\frac{1}{3}$.如果第一、第二次都未被抽到,则第三次抽到的概率仍为 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{3}$.

由于二次抽取中,每次被抽取都是独立的,先后抽取2个元素的概率为 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

在这一章,没有乘法原理,可通过组织学生试验来验证.例如通过3个学生抽签去抓一张电影票.放回与不放回抽样之间的关系:

对放回抽样一共可抽出 Nn 个样本,当总体的元素个数很大,样本容量不大时,用放回代替不放回对计算影响不大.

3. 在统计中涉及的抽样方法很多,教学时可通过学生熟知的实例,让学生了解抽样方法,在简单随机抽样中,可分为不放回抽样和放回抽样.本章介绍的是不放回抽样.

4. 根据简单随机抽样的定义,可以看到它有以下特点:

(1) 它要求被抽取样本的总体的个体数有限.

(2) 它是从总体中逐个地进行抽取.这样,就便于在抽样实践中进行操作.

(3) 它是一种不放回抽样.由于抽样实践中多采用不放回抽样,使其具有较广泛的实用性,而且由于所抽取的样本中没有被重复抽取的个体,便于进行有关的分析和计算.

5. 当用简单随机抽样从含有 N 个个体的总体中抽取一个容量为 n 的样本时,在整个抽样过程中每个个体被抽到的可能性是相等的,即等于 $\frac{n}{N}$.

对于上面结论的一般情况,在教材中,考虑到学生未学过概率知识,只要求学生知道此结论,在教学中可不作引申.

6. 实施简单随机抽样,主要有两种方法:抽签法和随机数表法.抽签法比较简单,学生比较熟悉,因此,下面谈谈有关随机数表的某些问题:

如同书中表2-1那样,在表中每个位置上等可能的出现0,1,2,...,9这十个数字的表格称为随机数表,其中各个位置上出现的数称为随机数,随机数表并不是唯一的,只要符合各个位置上等可能地出现其中各个数的要求,就可以构成随机数表.统计工作者常用计算机来生成随机数,函数型科学计算器上也设有生成随机数的按键.随机数表中各个位置上出现各个数字的等可能性,就决定了利用随机数表进行抽样时抽到总体中各个体序号的等可能性.

在教科书中介绍了用随机数表进行抽样的三个步骤:

第一步是将总体中的个体编号.由于需进行这一步骤,如果总体中的个体数太多,采用随机数表法进行抽样就显得不太方便.这里的所谓编号,实际上就是编数字号码.例如将100个个体编号成00,01,02,...,99,而不是编号成0,1,2,...,99,以便于运用随机数表,此外,将起始号选为00,而不是01,可使100个个体都可用两位数字号码表示,否则将会出现三位数字号码100.可见,这样确定

起始号便于我们使用随机数表。

第二步是选定开始的数字，为了保证所选定的数字的随机性，应在面对随机数表之前就指出开始数字的位置。

第三步是获取样本号码。为便于操作，特别是为了知道所抽取的每一个号码是否与前面得到的号码重复，可将总体中所有个体的数字号码先按顺序列出。每抽出一个号码时，就在其中的相应号码中做一个记号，这样就知道后面得到的号码是否曾被取出。

▲ 2.1.2 系统抽样

- 1. 本小节的重点是通过实例了解系统抽样的方法；难点是理解系统抽样的优缺点。
- 2. 关于系统抽样，在教学中可强调如下几点：系统抽样适合于总体中的个体数较多的情况，因为这时采用简单随机数表很不方便；系统抽样与简单随机抽样之间存在着密切的关系，即在将总体中的个体均分后的每一段进行抽样时，采用的是简单随机抽样；与简单随机抽样一样，系统抽样也属于等可能抽样。
- 3. 在教科书的练习 B 中第 1 题涉及到总体中的个体数不能被样本容量整除时，可先用简单随机抽样从总体中剔除几个个体，使剩下的个体数能被样本容量整除，然后往下再按系统抽样进行。

▲ 2.1.3 分层抽样

- 1. 本小节的重点是通过实例了解分层抽样的方法；难点是理解分层抽样的优缺点。
- 2. 分层抽样在内容上与系统抽样是平行的。在教学过程中强调：分层抽样适用于总体由差异明显的几部分组成的情况；在每一层进行抽样时，采用简单的随机抽样或系统抽样；分层抽样也是等可能抽样。
- 3. 建议将三种抽样方法的联系和区别做个总结，如下表：

三种抽样方法的比较

类别	共同点	各自的特点	相互联系	适用范围
简单随机抽样	抽样过程中每个个体被抽到的可能性相等	从总体中逐个抽取		总体中的个体较少
系统抽样		将总体均分成几部分，按事先确定的规则在各部分抽取	在起始部分抽样时采用简单随机抽样	总体中个体数较多
分层抽样		将总体分成几层，分层进行抽样	各层抽样时采用简单随机抽样或系统抽样	总体由差异明显的几部分组成

▲ 2.1.4 数据的收集

- 1. 本小节的重点是通过试验、查阅资料、设计调查问卷的方法收集数据；难点是理解数据收集的作用。
- 2. 数据的收集是学生学习的好材料，教师可以设计一些问题，让学生完成，例如：怎样可以得到你所在班级同学的身高数据？怎样可以得到我国历次人口普查的数据？等等，让学生思考数据收集常用的方法。教师及时地总结并完善。

3. 对于设计调查问卷,教师要给学生强调设计题目注意事项:(1)设计的题目要具体,有针对性,使受调查者能够容易作答;(2)语言简单、准确,含义清楚,避免出现歧义或意思含混的句子;(3)题目不能出现引导受调查者答题倾向的语句.

2.2 用样本估计总体

2.2.1 用样本的频率分布估计总体的分布

1. 本小节的重点是学会列出频率分布表、画频率分布直方图、频率折线图、茎叶图,体会它们各自的特点;难点是理解分布的意义和作用.

2. 在初中已经学习过把样本数据表示成频率分布表和频数分布直方图这样的图、表形式,从图表形式上直观地看出样本数据的分布情况.在教科书中,给出了列出频率分布表、频率分布直方图的步骤:

(1) 计算极差

教科书提供的样本数据中,最大值是 25.56,最小值是 25.24,它们的差为 $25.56 - 25.24 = 0.32$,所以极差为 0.32.

(2) 决定组距与组数

如果组距定为 0.03,那么由于 $\frac{0.32}{0.03} = 10\frac{2}{3}$,于是将样本数据分成 11 组.组距还可以定为其他数值.

(3) 决定分点

使分点与样本数据不重合,一般使分点比数据多一位小数,并且把第 1 小组的起点稍微减小一点,那么,所分的 11 个小组可以是 $[25.535, 25.265)$, $[25.565, 25.295)$ ……

(4) 列频率分布表(见教科书表 2-2)

(5) 绘制频率分布直方图(见教科书图 2-1)

3. 关于频率分布表和频率分布直方图,应向学生指出频率分布表中列出的是在各个不同区间内的取值的频率,相应的直方图是用图形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率.

4. 在得到上述一组数据的频率分布后,教科书介绍了频率分布与相应的总体分布的关系.即频率分布将随着样本容量的增大更加接近总体分布,当样本容量无限增大且分组的组距无限缩小时,频率分布直方图就会演变成一条光滑曲线——反映总体分布的总体密度曲线.在教学中,可强调指出,基于频率分布与相应的总体分布的关系,且通常我们并不知道一个总体的分布,因此我们往往是从总体中抽取一个样本,用样本的频率分布去估计相应的总体分布.

5. 在例题中还介绍了茎叶图,并指出了茎叶图的优点,一是从统计图上没有原始信息的损失,所有的数据信息都可以从茎叶图中得到,二是茎叶图可以在比赛时随时的记录,方便记录与表示.

2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征

1. 本小节的重点是通过实例理解样本标准差的意义和作用,学会计算样本标准差;难点是理解样本标准差的意义和作用,形成对数据处理过程进行初步评价的意识.

2. 在初中已经学过,平均数描述了数据的平均水平,定量的反映了数据的集中趋势所处的水平.教科书以实例的方式解释了如何用样本的平均数估计总体的平均数.

3. 样本的频率直方图和样本的平均数都用来估计总体的, 它们之间的联系是平均数代表了一组数据的数值的平均水平, 在频率分布直方图中, 平均数是直方图的平衡点.

4. 标准差、方差是估计总体的数字特征之一, 它反映了数据的离散、波动的程度. 如果标准差较大, 表明数据的波动程度较大, 数据离散程度很高; 如果标准差较小, 表明数据的波动程度较小, 数据离散程度较小.

5. 教科书中给出了标准差的算法, 使学生养成分步计算的良好习惯. 同时, 通过例题演示了如何借助计算器计算样本平均数和样本标准差. 在“探索与研究”中鼓励学生尝试使用软件来计算样本的数字特征, 培养学生的动手操作能力和实践能力.

2.3 变量的相关性

2.3.1 变量间的相关关系

1. 本小节的重点是通过收集现实问题中两个有关联变量的数据作出散点图; 难点是利用散点图认识变量间的相关关系.

2. 变量之间存在着两种关系: 一类是函数关系, 这是确定性的关系. 例如正方形面积 S 与边长 x 之间的关系 $S=x^2$; 一类是相关关系, 这是非确定性关系, 它又包括两种 (1) 两个变量中, 一个变量是可控制变量, 另一变量是随机变量, 例如教科书中的例 1; (2) 两个变量均为随机变量, 例如当研究一个学生的数学成绩和物理成绩的关系时, 这两个变量都是不可控制的随机变量.

本书中主要涉及上述相关关系的第一种情况.

上述两种关系有着密切的联系, 在一定情况下可以互相转化, 例如正方形的面积 S 与边长 x 之间虽然是一种确定性关系, 但在每次测量面积 S 时, 由于测量误差等原因, 其数值大小又表现出一种随机性. 而对于具有线性相关关系的两个变量来说, 求得回归方程后, 我们又可以用一种确定性的关系对这两个变量间的关系进行估计.

在现实生活中, 相关关系是大量存在的. 从某种意义上看, 函数关系是一种理想的关系模型, 而相关关系是一种更为一般的情况. 因此研究相关关系, 不仅可使我们处理更为广泛的数学应用问题, 还可使我们对函数关系的认识上升到一个新的高度.

3. 散点图直观的描述了两个变量之间有没有相关关系, 教学中指导学生作出散点图, 并利用散点图直观认识两变量的相关关系.

2.3.2 两个变量的线性相关

1. 本小节的重点是经历用不同估算方法描述两个变量线性相关的过程, 能根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程; 难点是了解最小二乘法的原理.

2. 用具体的例子来解释线性回归容易理解, 所以建议以实际例子引入, 让学生用散点图直观认识两变量的相关关系, 让学生尝试找到最佳的近似直线.

3. 求回归直线方程时, 我们使用了配方法 (最小二乘法), 这进一步说明, 配方法在解决一些涉及二次多项式的问题时有着重要的作用.

4. 求回归直线方程, 通常是用计算器来完成的. 在很多函数型科学计算器中, 可通过直接按键得出线性回归方程的系数, 教科书中给出了操作过程, 而如果要用一般的科学计算器进行计算, 则要像

例2一样先列出相应的表格.

实习作业

这一节课看成本章知识的一个综合应用. 通过这一节的学习, 可以对本章的内容进行复习, 给学生提供一个自己动手解决实际问题的机会, 培养他们运用知识解决实际问题的能力.

三 拓展资源

(一) 统计小议

我们在一生之中, 不是很喜欢询问吗: 这是什么东西? 对我有什么用呢? 我们现在也不妨来问一问, 统计是什么东西, 能帮助我们什么呢? 没有错, 大家都了解, 统计可以说是数学的一支, 用来研究数据现象的. 这种现象当然是社会现象 (包括自然现象), 我们作为人居住在这世界上所碰到的问题, 例如一年之间每一日的平均气温.

我们在这里可能面对两个问题, 第一个是这堆数据从哪里来的, 就是说, 这个现象是真的现象吗? 怎样找出“数据”呢? 第二个是这堆数据在说什么? 它对我们的生活有什么特别意义呢? 这些无疑都是统计的问题, 研究数据也是为了解决这类问题. 所以, 我们念统计的时候, 难免要同时照顾两方面的困难: 一方面是本质问题, 统计能告诉我们那是什么社会现象呢? 另一方面是技巧问题, 怎样才能把社会现象的本质弄清楚, 整理好, 使人明白呢? 要解决这两个困难建立了统计学, 学习统计学的主要目标也在研究这两种困难. 我们这篇文字的论点更在尝试, 从这两个困难的解决过程中, 了解统计的结构关系. 或者说, 统计的整个结构就在考虑这两种困难的解答途径中建立的.

也许在进一步提出观点时, 我们不妨先指出高深的统计, 虽然是由这种困难的研究中出发, 但高等统计还有别的难题, 例如作统计推论、下判决和预测的时候, 我们还牵涉到应用一些信仰, 一些原则, 甚至一些经济理论等问题, 这里姑且不先说明, 机会到了我们再提出来检讨和分辨清楚.

我们回到最原始的开始, 假如我们要明白一个社会现况, 或者是社会存在着一种迫人的现象, 一定得要了解它的含义, 那么该怎么办呢? 前者例如想清楚知道目前社会的财富分配的情形如何? 后者如世界连年干旱, 粮食歉收的现象所惹起的饥荒情形. 这些切身而重要的问题, 应用统计技巧无疑的是一个很好的途径.

我们提出一个“统计测度”的观念. 一方面希望用它来答复上面的两个困难, 另一方面也可以用来作整个统计结构的支柱.

因此, 所谓“统计测度”, 就在面对着一堆原始累积的资料. 数据、现象……我们要用一两个简单的统计量表达它的本质特性, 这些统计量便是统计测度. 统计学要做的事, 便是把这些测度找出来, 用它解释原来母体的现象的意义. 不过, 我们也得知道, 这些测度也有它的极限, 它并不能表达多过它本身所含的统计意义, 尤其得注意它的样本里面的代表性和随机性的困难条件. 在近代人乱用、妄用、误用和滥用的方式下, 统计测度大部分时间都是被人利用, 来读出不真实的结果, 这是应极为小心注意的.

(资料来源:《数学传播》第三卷第三期, 作者唐文标, 节选时略有改动)

（二）“统计”词语的产生

统计已经有几千年的历史。不过在早期还没有出现“统计”这样的用语。

统计语源最早出现于中世界拉丁语的 Status，意思指各种现象的状态和状况。由这一语根组成意大利语 Stato，表示“国家”的概念，也含有国家结构和国情知识的意思。根据这一语根，最早作为学名使用的“统计”，是在 18 世纪德国政治学教授亨瓦尔（G. Achenwall）在 1749 年所著《近代欧洲各国国家学纲要》一书绪言中，把国家学名定为“Statistika”（统计）这个词。原意是指“国家显著事项的比较和记述”或“国势学”，认为统计是关于国家应注意事项的学问。此后，各国相继沿用“统计”这个词，并把这个词译成各国的文字，法国译为 Statistique，意大利译为 Statistica，英国译为 Statistics，日本最初译为“政表”“政算”“国势”“形势”等，直到 1880 年在太政官中设立了统计院，才确定以“统计”二字正名。1903 年（清光绪二十九年）由钮永建、林卓南等翻译了四本横山雅南所著的《统计讲义录》一书，把“统计”这个词从日本传到我国。1907 年（清光绪三十三年）彭祖植编写的《统计学》在日本出版，同时在国内发行，这是我国最早的一本“统计学”书籍。“统计”一词就成了记述国家和社会状况的数量关系的总称。

（资料来源：中华人民共和国国家统计局网站）

（三）多艺的通才

纵观统计学史，许多作出开创性贡献的，都是知识广博多才多艺的通才。

政治算术学派奠基人威廉·配第（1623—1687）出生于英国汉普郡（Hampshire）腊姆济（Romsey），是一个贫苦工匠的儿子。少年时代曾学过希腊语、拉丁语、数学和天文学。并利用在商船上做侍役的机会，一边做事，一边学习法语和航海术，1644—1645 年在荷兰莱顿大学攻读医学，后又到法国、英国行医和从事学术研究。1649 年获得牛津大学医学博士学位，曾任医学教授和音乐教授、医生、秘书、土地分配总监、土地测量总监、英国皇家协会副会长等职。由于他交游广、经历丰富、观察周密、掌握数据，所以能叙述荷兰、法国的情况，并和英国的国力相对比，论证英格兰的情况及各种问题，为英国争夺世界霸权出谋划策。也由于他的博学，才能以培根（1561—1626）所创始的经验科学的方法（即依据观察、比较、实验、归纳等方法）为根据，提出“对于人口、土地、资本、产业的真实情况的认识方法”，用计量作比较，用数字作语言，阐明社会经济现象的规律，写出《政治算术》这本名著，为后人所推崇。马克思评价他是“政治经济学之父，在某种程度上也可以说是统计学的创始人”。

被称为“近代统计学之父”的凯特勒（1796—1874）是比利时人，1819 年（23 岁）在甘特大学获得博士学位。1823 年建议政府建立天文台，为了筹建工作，被派往法国学习。由此，与拉普拉斯、普阿松、傅立叶等人相识，并从拉普拉斯学习概率论。1827 游学英国伦敦，1829—1830 年先后到德国、法国、瑞士、意大利等国考察。据说，他曾偶然接触到人寿保险公司实际业务问题，促成他从事统计的研究。1823 年天文台建成后，被任命为台长，并开始发表人口及犯罪方面的统计研究。1841 年成立比利时中央统计委员会，由他任终身主席。凯特勒学识渊博，不仅是统计学家、数学家、天文学家、物理学家，而且还是一位业余诗人和剧作家。他是一百多个学会的会员。他把概率论引进统计学，在欧美统计学史上承先启后、继往开来，是数理统计学派创始人。

社会统计学派德国的厄恩斯特·恩格尔(1821—1896),青年时代攻读采矿冶金学,毕业后,于1846—1847年赴欧洲各地游学,在布鲁塞尔与凯特勒相识,从此他奉凯特勒为师,矢志学习统计学,后任萨克逊王国、普鲁士王国统计局长达31年之久。恩格尔根据他对英国、法国、德国、比利时等国工人阶级社会情况大量观察调查,发现了家庭收入越少,用于饮食费用的支出在家庭收入中所占比重就越大,随着家庭收入的增加,用于饮食费的支出所占比重就越小。即著名的恩格尔法则。

近代统计学家K·皮尔逊(1857—1936),出身于英国王室法律顾问的家庭,18岁进入剑桥大学皇家学院攻读数学,并于1879年数学考试时名列第三。后来去德国留学,1880年回到伦敦。他不仅是统计学家、数学家,而且是生物学家、农业家。

罗纳德·费雪是数学家,学习过统计学、量子学,又是生物学家,主持过农事试验场统计研究工作。1938年出版《供生物、农业与医学用的统计表》,1956年出版《统计方法与科学推断》,驰誉世界,成为推断学派创始人。

(资料来源:湖南统计信息网,原题为《统计学家的特点》,略有改动)

(四) 国内外统计学研究概况

1. 国外统计学学科研究概况

随着科学技术的飞速发展,统计方法与技术的应用越来越重要。19世纪统计技术为基因学说奠定了理论基础,在即将跨入21世纪的今天,科学技术对统计方法的依赖愈来愈强。世界上许多国家尤其是发达国家都非常重视统计学理论的研究和发展。根据国际统计学会(ISI)近几年的会刊及统计学方面的著名杂志,可将近几年国际统计界研究的主要问题概括如下:

(1) 统计学基本理论研究有:概率极限理论及其在统计中应用、树形概率、Banach空间概率、随机PDE'S、泊松逼近、随机网络、马尔科夫过程及场论、马尔科夫收敛率、布朗运动与偏微分方程、空间分支总体的极限、大的偏差与随机中数、序贯分析和时序分析中的交叉界限问题、马尔科夫过程与狄利克雷表的一一对应关系、函数估计中的中心极限定理、极限定理的稳定性问题、因果关系与统计推断、预测推断、网络推断、似然、M—估计量与最大似然估计、参数模型中的精确逼近、非参数估计中的自适应方法、多元分析中的新内容、时间序列理论与应用、非线性时间序列、时间序列中确定模型与随机模型比较、极值统计、贝叶斯计算、变点分析、对随机PDE'S的估计、测度值的处理、函数数据统计分析等。

(2) 统计学主要应用领域有:社会发展与评价、持续发展与环境保护、资源保护与利用、电子商务、保险精算、金融业数据库建设与风险管理、宏观经济监测与预测、政府统计数据收集与质量保证、分子生物学中的统计方法、高科技农业研究中的统计方法、生物制药技术中的统计方法、流行病规律研究与探索的统计方法、人类染色体工程研究中的统计方法、质量与可靠性工程等。

2. 国内统计学学科研究概况

“九五”期间中国统计界出现了社会经济统计学与数理统计学相互学习、共同提高、共创未来的新局面。统计界在数理统计与社会经济统计学的结合方面、风险管理与保险精算方面、空间统计学及其应用方面、政府统计数据质量研究与评价方面、信息技术、网络技术在统计学的应用方面、金融及证券理论研究方面、国民经济核算理论与应用方面、综合国力研究方面等取得了可喜的成就。“九五”期间国内统计界主要有影响的研究可概括如下:

(1) 理学类统计学一级学科地位的确立

“九五”期间中国统计界关于建立和完善统计学学科体系的研究与争论异常激烈。统计界对“大统计”的认识通过大量探索已逐步趋向统一。所谓“大统计”是针对中国过去数理统计、社会经济统计、生物医学统计等各学科领域的应用统计各自为政相对面窄而言。1998年9月国家教育部颁布的《普通高等学校本科专业目录和专业介绍》将统计学列为理学类一级学科,这是中国统计界“九五”期间的重大成就。教育部这项专业调整是为了适应市场经济与国际接轨的要求,在“宽口径,厚基础”的指导思想下,将原来的504个专业调整到249个专业,50%以上专业被砍掉,然而统计学不仅保留,而且列入理学类一级学科,这是中国统计界广大理论工作者辛勤努力的重要成就,是中国统计界值得庆幸的大事,它的颁布对中国统计的未来具有重大意义和深远影响。这一专业目录的确定为中国统计界长期的争论进一步指明了发展方向。这个方向就是——适应市场经济与国际接轨的统计学就是理学类统计学。统计学一级学科的地位表明统计学既不是经济学的一个子学科,也不是数学的一个子学科,统计学就是统计学。

(2) 统计学基本理论与方法问题研究

“九五”期间中国统计界围绕与国际统计学接轨做了大量研究工作,系统地介绍了国外统计学研究的一些新进展。这方面最为突出的是国家统计局统计教育中心和中国经济出版社组织国内一流统计专家翻译出版了15本现代外国统计学优秀著作。这些著作令我国统计界不少学者大开眼界,从中汲取丰富的统计理论和方法,已在我国统计界产生了积极影响,为理学类统计学科的建立与发展奠定了基础。为适用新专业目录的需要,国内高校的统计教师们编写了一批统计方法和应用的新教材。中国统计界在抽样方法、时间序列分析、多元统计分析、非参数统计、回归分析、指数理论、宏观经济建模等理论与应用研究方面做了大量工作。

(3) 政府统计数据质量的研究

随着中国社会主义市场经济的深入发展,政府统计数据无论是在国家制定发展战略和社会、经济发展的宏观调控中,还是企业制定营销策略以及社会、经济、环境等科学研究领域都起着不可或缺的重要作用,用户对政府统计数据的内在质量以及数据的产生、提供过程的可靠性的企盼也越来越高。关于中国政府统计数据的质量近年来关注和研究的学者很多,发表的论文或报告已有近百篇之多。几乎每个省都设立了统计数据质量研究的课题,全国哲学社会科学基金还设立了“关于评估、改进和保证我国政府统计数据质量问题的研究”的重点项目。该项目从定性与定量的有机结合上开展对政府统计数据的评价与研究,主要从技术与方法上对中国政府统计数据的质量作出客观评价,对改进、提高、控制、监测中国政府统计数据的质量从理论与实践的结合上做了一些研究和探索。但总体来看,现有的大多数研究基本停留在定性的评说上,提批评的多,提实质性建议的少;指责体制的多,研究评价、改进、识别的理论与方法的少,大多数文献把统计数据的质量问题归结为中国的政治、经济体制问题。事实上,纵观北美、欧盟等许多国家的政府统计数据,无一例外地也存在数据质量问题,政府统计数据的质量是各国普遍存在和广泛关注的热点问题。

(4) 风险管理和保险精算的研究

“九五”期间关于风险管理和保险精算的研究得到较快发展,主要表现在不少发达国家风险管理和保险精算名著的翻译出版,中国统计方面杂志以及几次全国概率统计学术会议这方面论文的显著增加。风险管理与保险精算的研究不仅满足中国社会主义市场经济的需要,也更多地扩展了统计学方法的应用。这方面的研究从引进国外理论导向我国的具体应用健康发展,保险精算的研究已由寿险领域向非寿

险领域扩展,尤其是开始结合中国实际向社会保障领域有效延伸。

(5) 统计学在金融、证券领域的应用研究

1997年开始的亚洲金融风暴,给亚洲乃至世界的健康发展带来危机,我国经济的发展也受到亚洲金融风暴的影响。国家的经济安全、金融安全被国家领导核心重视,为统计技术与方法的应用提供了新的机遇,在全国应运而生建立了金融数学与金融工程管理中心、证券期货模拟实验室、金融数学系等。全国有不少统计学者成为研究金融、证券、投资的主力。从发表的论文来看统计方法研究金融、证券问题主要有:①有效投资组合研究,最为典型的是 VaR 技术的运用和具有异方差的时间序列模型技术的应用。②结构分析研究,运用多元统计方法分析股票的投资结构、探讨股票涨跌规律、寻求证券市场发展与影响因素的关系。③金融安全概率的研究,有学者运用东南亚等国和中国的金融数据资料,结合金融安全给出预警概率,为国家宏观经济调控和金融风险防范提供了有力的决策依据。

(6) 统计综合评价理论与应用的研究

国际竞争力的研究是近年来颇受世界各国关注的重要研究。我国学者在“九五”期间开始开展这一领域的研究,并且通过刻苦努力紧跟这一领域的世界水平,在这方面我国学者所用的统计方法与世界水平相当,结合中国国情国力取得了重要成果。这方面有国民经济核算进一步发展的国际竞争力统计研究,知识经济时代中国科技创新的国际竞争力研究,中国金融、保险等领域的国际竞争力研究,还有统计方法在社会经济发展水平的综合评价中的应用,顾客满意度量测与评价的研究等。

(7) 国民经济核算理论与应用研究

“九五”期间,我国的国民经济核算体系研究进一步完善。在内容上,以增加价值和 GDP 为核心,已经能比较全面地反映我国国民经济生产全过程、收入与分配、消费、储蓄、实物投资、金融投资、国际收支、资本和财富存量的变化等。为国家制定经济政策和宏观调控发挥着积极作用。可喜的是已有一些学者在国家的可持续发展、环境与核算技术相结合方面取得了重要研究成果。

(8) 统计方法在企业质量管理中的应用研究

“九五”期间,一股“ISO9000”认证热席卷全球,质量体系认证日益成为国际贸易中所要求的供方质量保证能力和水平的标志。ISO9000 族标准中有许多要素涉及到统计技术与方法的应用,我国已有近两万家大中型企业通过了认证。这方面的认证,对统计方法的应用提供了新的机会,我国不少统计学者找到了统计应用的现场,为国有企业员工培训、提高素质、扭亏增盈、国家经济形势好转发挥了统计工作者的积极作用。特别是试验设计、ISO14000 和质量标准技术的推广对改进企业管理水平,提高产品质量,提升企业国际竞争力发挥了重要作用。

(9) 抽样调查方法与应用的研究

“九五”期间关于抽样调查方法的研究与应用在我国开展的如火如荼。例如,交通部还建立了统计抽样调查系统。交通运输的大量统计数据已基本由抽样调查方法获得。全国许多行业对本部门关心的问题抽样调查,不少部门就公众关注的热点问题开展公众调查,有的报刊还定期刊登公众调查的调查报告。我国 90 年代初成立了不少市场调查公司,经过几年的大浪淘沙,现在全国生存下来的公司经营情况不错。网上调查、电话调查在我国也健康发展。有关抽样调查的理论,如非抽样误差控制的研究也得到统计界的广泛重视。

(10) 空间统计与地理信息系统的应用研究

空间统计学是近几年统计学发展的一个新领域,其主要的用途包括遥感,国土资源估计,农业和林业,海洋学、生态学和环境保护。在遥感技术的应用中,得到的统计数据通常以网络的形式出现,而且

这些数据受到大气效应、观测位置以及测量工具的影响产生误差。空间统计学的应用在于,针对这种特殊的数据,研究如何控制误差、如何建立模型、如何处理资料信息。在资源的估测中,空间统计学的应用在于,如何利用空间统计数据,估计资源的总储量、资源的地区分布、资源的开发等。在环境监测等领域也作了积极的探索。

3. “十五”期间统计学部分重点研究课题

(1) 关于旅游经济、假日经济和休闲时间的统计研究

“十五”期间我国的经济结构将得到进一步调整,假日经济、旅游经济将占一席之地。关于这个领域统计指标体系的建立问题的研究,旅游客流量、宾馆入住率、景点门票收入、餐饮业收入、航空、铁路等运输客流量的预测研究等。随着人民生活水平的提高,生活质量及其休闲时间的规律研究对于制定有关政策,开发市场都具有重要的现实意义。这些都是统计科学应用的新课题。

(2) 关于我国居民消费模式的量化研究

消费与收入之间有着密切的关系。消费函数是可支配收入与总消费支出之间关系的数学描述。研究我国居民消费与收入之间的关系,量测我国居民的消费水平,探讨影响居民消费的主要因素。研究者应考虑到影响消费的众多因素,利用统计数据,建立消费模型,并总结建立我国消费函数应注意的问题和经验。

(3) 关于灾害损失统计指标与方法的研究

自然灾害是人类不能回避的一个现实问题,几乎每年都有不同的自然灾害,给人民生命财产造成极大损失。总结研究自然灾害及其造成的损失具有重大的现实意义。统计指标的建立,数据的收集,规律的探讨是总结和掌握灾害规律的重要过程。统计理论和方法在这一领域将会发挥重要作用。

(4) 金融市场风险的测度及管理模型研究

金融市场是具有高风险的市场。运用统计方法研究金融风险,建立风险监测系统,不仅能够为管理层宏观调控金融市场提供科学的理论依据,而且对投资个人和机构实施风险控制具有重要指导作用。本课题立足中国金融市场,旨在从数量及数量关系上研究风险的测度方法,风险管理模型的选择及其管理对策。

(5) 统计方法在教育、考试测量研究中的应用

通过对各种考试现有资料的分析处理,并进行适当的实验测试分析研究,寻找出各种考试的自身规律和特点,为更好地组织考试提供科学依据。要列举出考试中各种因素,运用统计方法,分析研究这些因素对考试的影响,找出各主要影响因素,为更有效地控制这些因素提供方法和依据。这方面的研究是多变量的统计方法的应用。多元统计分析方法是这一领域的主要研究工具。

(6) 统计学方法在生命科学、生物制药等领域的应用

生命科学、生物制药的研究在 21 世纪将得到飞速发展。这一领域的发展带动统计学理论与技术的发展,为统计理论和方法找到广阔的应用领域。通过对这一领域的应用将拓宽统计方法在中国的应用,也必将促进统计方法与理论的完善。

(资料来源:中国高校人文社科信息网,有删节)

四 教学案例

案例 1 2.1.1 简单随机抽样

一、教学目标

1. 知识与技能：

- (1) 理解什么是简单随机抽样；会用简单随机抽样从总体中抽取样本；
- (2) 通过学习本小节知识，提高学生对统计的认识，提高学生应用教材知识解决实际问题的能力。

2. 过程与方法：

- (1) 通过探索、研究、归纳、总结形成本章较为科学的知识网，并掌握知识之间的联系。
- (2) 进行辩证唯物主义思想教育，数学应用意识教育和数学审美教育、提高学习数学的积极性。

3. 情感与价值观：

- (1) 结合教学内容培养学生学习数学的兴趣以及“用数学”的意识，激励学生勇于创新。
- (2) 强化学生的注意力及新旧知识的联系，树立学生求真的勇气和自信心。

二、教学重点、难点

重点：简单随机抽样的定义、抽样方法。

难点：简单随机抽样的定义和特点。

三、教学方法

从学生的认知规律出发进行启发、诱导、探索，运用讲授法、讨论法，阅读指导法等充分调动学生的积极性，发挥学生的主体作用。在讲授过程中要善于解疑、设疑、激疑。

四、教学过程

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
提出问题	同学们在小学和初中已经学过统计知识，这一章我们将进一步学习统计的有关内容，下面我们通过具体问题来学习： 〔问题 1〕某校高中学生 900 人，校医务室想对全校高中学生身高情况作一次调查，为了不影响正常的教学活动，准备抽取 50 名学生作为调查对象，你能帮助医务室设计一个抽取方案吗？	学生思考，讨论，看书研究。教师根据学生的回答，恰当的启发，引导。	在感性认识基础上学习新的知识总是不完整，不全面，从具体问题入手有利于学生主动参与，并为下面知识的进一步拓宽打下基础。 〔问题 1〕有利于引导学生参与到教学中来，还提高了学生学习数学的兴趣，并注意与平时抽样方法的类比，能确切地了解彼此之间的联系与区别。

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
概念引入	通过此例让学生了解以下几个概念： 什么是总体？个体？什么是样本？样本容量？ 我们一般把所考查对象的某一数值指标的全体构成的集合看作总体，构成总体的每一个元素作为个体，从总体中抽出若干个体所组成的集合叫做样本，样本中所含个体的个数叫做样本容量。（如问题1中某校高中学生900人的身高是总体，每个学生的身高是个体，抽取的学生的身高是样本，50是样本容量）	教师提出问题，铺垫复习学生思考、积极回答，允许相互讨论。	因为学生的学习是建立在认知结构上的，因此，新课前的复习既可加深对学过的知识的理解，又可为学习新知识埋下伏笔。 问题1旨在回忆以前学习的知识，使学生沉浸在老师提供的情境中。
概念形成	什么是抽样方法？ 抽样方法的本质就是从总体中抽取样本，使所抽取的样本能够更充分地反映总体的情况。 〔问题2〕逐一测量学生的身高在实际操作中合适吗？能随便抽取吗？随便抽取的同学得到的数据能客观地反映全校学生的身高吗？ 如何抽取样本，直接关系对总体估计的准确程度，因此抽样时要保证每一个个体都可能被抽到，即每一个个体被抽到的机会是均等的，满足这样条件的抽样是随机抽样。 通过此问题引出下一问题： 什么是简单随机抽样和简单随机样本？ 一般地，从元素个数为N的总体中不放回的抽取容量为n的样本，如果每一次抽取时总体中的各个个体有相同的可能性被抽到，这种抽样方法叫做简单随机抽样，这样抽取的样本叫做简单随机样本。	让学生通过看书独立回答此问题。 教师追问，让学生独立处理，讨论解决问题的方法，教师点拨、完善。 让学生思考、讨论、尝试，教师适时进行启发。	对从总体中抽取样本的概念应作广义理解：抽产品，调查学生的身高等，抛硬币、射击等也应理解为抽样。 这样一方面破除学生的错误思考，另一方面容易继续思考以求得正确答案。 教师启发学生思考，一方面可以进一步明白简单随机抽样，另一方面加深对这类抽样方法的认识，有利于学生更好的理解，为后面进一步学习其它抽样方法打下基础。
应用举例	〔问题3〕介绍常用的简单随机抽样方法，用抽签法、随机数表法解决问题： （1）抽签法 对个体编号，并把号码写在相同的号签上，后将号签放入盒中，从中抽取号签。 （2）随机数表法 事先制好随机数表，表中随机出现0, 1, 2, ..., 9十个数字，且表中每个位置上的数字都是等可能出现的。 分别用抽签法和随机数表法做本节课开始时提出的问题。	学生口答，教师对学生的回答进行评价。 学生练习，在整个练习过程中，教师做好课堂巡视，加强对学生的个别指导。	通过这一例题，使学生明白，简单随机抽样为什么是公平的？使学生建立起完整、准确的知识结构。 在讨论的过程中，使学生领会客观世界处于运动、变化的无限发展过程中，培养学生的逻辑思维能力，和语言表达能力。

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
概念深化	[问题 4] 请你归纳简单随机抽样的特点： 根据简单随机抽样的定义，可以看到有以下特点： (1) 它要求被抽取样本的总体的个体数有限，这样，便于通过随机抽取的样本对总体进行分析。 (2) 它是从总体中逐个地进行抽取，这样，便于在抽样实践中进行操作。 (3) 它是一种不放回抽样，由于抽样实践中多采用不放回抽样，使其具有较广泛的实用性，而且由于所抽取的样本中没有被重复抽取的个体，便于进行有关的分析和计算。	教师讲授，让学生思考。 让学生自行总结，教师补充。	对简单随机抽样有一个较为深刻的认识，明确此概念的内涵与外延，否则会产生歧义。讲解此概念的特点便于及时巩固。
归纳总结	(1) 简单随机抽样的定义。 (2) 简单随机抽样的特点。 (3) 简单随机抽样的实施方法和步骤。	先请一位学生总结，其他学生补充，教师完善，用多媒体展示出来。	巩固本节课所学知识，培养学生运用所学知识、方法解决实际问题的能力，并使学生对本节课的知识研究线索有一个全面的认识，掌握研究方法，为今后学习其他知识奠定基础。
布置作业	(1) 认真阅读教材第 49~52 页的内容。 (2) 必做题：教材第 51 页练习 A 第 1~3 题第 52 页练习 B 第 1 题。 (3) 选做题：教材第 52 页练习 B 第 2 题。	书面作业第一个层次要求所有学生完成；第二个层次，只要求学有余力的学生完成。	(1) 巩固知识，发现和弥补教学中的不足。 (2) 培养学生自觉学习的习惯和探索精神，提高学生综合运用数学知识的能力。 (3) 通过练习，主要发现学生掌握新知识的程度，教师及时调控、讲评，帮助学生完善认知结构。

案例 2 2.1.2 系统抽样

一、教学目标

1. 知识与技能目标：

- (1) 理解什么是系统抽样；会用系统抽样方法从总体中抽取样本；
- (2) 通过学习本小节知识，提高学生对统计的认识；通过学生应用所学知识解决实际问题，进一步提高学生理论联系实际的能力。

2. 过程与方法目标:

(1) 通过探索、研究、归纳、总结形成科学的知识结构,并掌握知识之间的相互联系.

(2) 进行辩证唯物主义思想教育,加强数学应用意识和数学审美能力的培养、激发学生学习数学的热情.

3. 情感与价值观目标:

(1) 结合教学内容培养学生学习数学的兴趣以及“用数学”的意识,激励学生勇于自我创新,培养学生的科学探索精神.

(2) 强化新旧知识的联系,树立学生求真的勇气和自信心.进一步阐明唯物辩证法关于世界普遍联系和永恒发展的原理.

二、教学重点与难点

重点:系统抽样方法的应用.

难点:系统抽样方法的合理性,公平性.

三、教学方法

以教师为主导,以学生为主体,以能力发展为目标,从学生的认知规律出发,进行启发、诱导、探索,运用讨论法、阅读指导法、讲授法等充分调动学生的积极性,层层设疑,发挥学生的主体作用,引导学生自主学习与分组讨论交流过程中体会知识的价值,感受知识的无穷魅力.

四、教学过程

复习引入→提出问题→概念形成→概念深化→反馈练习→归纳总结→布置作业

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习引入	统计的基本思想方法是用样本估计总体,即通常不是直接去研究总体,而是通过从总体中抽取一个样本,根据样本的情况去估计总体.上节课我们学习了一种常用的抽样方法:简单随机抽样. [问题1] 什么是简单随机抽样?它的特点是什么? 简单随机抽样是最简单和最基本的抽样方法,当总体中的个体比较少时,常采用简单随机抽样.	教师提出问题,铺垫复习学生思考、积极回答. 教师根据学生的回答,给出补充总结,进一步提出实例、导入新课.	因为学生的学习是建立在认知结构上的,因此,新课前的复习既可加深对学过的知识的理解,又可为学习新知识埋下伏笔. 问题1旨在回忆以前学习的知识,使学生沉浸在老师提供的情境中.
提出问题	[问题2] 当总体中的个体比较多时,采用哪种抽样方法呢? [实例] 为了了解某市今年高一学生期末考试数学学科的成绩,拟从参加考试的15 000名学生的数学成绩中抽取容量为150的样本,你能设计一个合理的抽取方法吗?	以小组为单位讨论,探索实例.	学生在感性认识基础上学习新的知识总是不完整、不全面的,从具体问题入手有利于学生主动参与,并为下面知识的进一步拓宽打下基础.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
提出问题	(通过实例引出系统抽样方法) (第1组学生代表): 采用抽签法, 这样抽取的样本能充分反映总体的情况. (第2组学生代表): 1组方法虽然能充分地反映总体, 但是由于总体中个体较多, 所以操作起来非常繁琐. [教师]: 那你看怎么办呢? (第2组学生代表): 全市学生是以班级为单位的, 我们可以在每个班抽取学号为18的学生, 这样构成一个样本. (第1组学生代表): 这种方法虽然实施起来简单, 但是要求抽取一个容量为150的样本, 而在每班抽取一个, 据我们了解全市的班级有300多个, 这样得到的样本容量就远远的超过150了; 再说各个班级的人数不一样多. [教师]: 能不能把这种便于操作的方法加以改进, 克服它的缺点呢? (第3组学生代表): 我们认为可以以市里给学生统一编的考号, 把学生平均分成150个部分, 这样就解决了样本容量不符的问题了. 然后在第一部分随机抽一个, 比如第8位, 以后每一组都抽第8位同学, 这样, 问题就解决了. 最后全班统一步骤如下: 把全体学生的数学成绩编号, 号码为1到15 000. 由于样本容量与总体容量的比为 $150 : 15\ 000 = 1 : 100$, 所以我们将总体平均分为150部分, 每一部分包含100个个体. 从1到100号进行简单随机抽样, 抽取一个号码, 比如说是23. 接下来顺次取出号码为123, 223, ..., 14 923的学生, 得到容量为150的一个样本.	师生互动. 师追问, 让学生讨论解决此问题的方法, 教师点拨, 完善.	有利于引导学生参与到教学中来, 还提高了学生学习数学的兴趣, 并注意与平时抽样方法的类比, 能确切地了解彼此之间的联系与区别, 进一步培养学生分析问题解决问题的能力.
概念形成	大家集思广益, 解决了一类问题, 即当总体中个体较多时, 如何抽样的问题, 而大家解决问题的方法就是我们常用的一种抽样方法——系统抽样. [问题3] 你能归纳一下系统抽样的实施方法和步骤吗?	学生独立回答此问题.	对知识的掌握是建立在对知识的理解, 以及提炼的基础上的. 通过学生自己解决问题, 体验成功, 大大提高学习的热情, 在此基础上及时提炼知识, 更有利于学生掌握.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
概念形成	1. 系统抽样的实施方法: 当总体中的元素个数比较多时, 将总体分成均衡的若干部分, 然后按照预先制定的规则, 从每一部分抽取一个个体, 得到所需要的样本, 这种抽样的方法叫做系统抽样. 由于在系统抽样中抽样的间隔相等, 因此系统抽样也被称为等距抽样. 2. 系统抽样的实施步骤: (1) 编号 (在保证编号随机性的前提下, 可以直接利用个体所带的号码). (2) 分段 (均衡分段, 间隔为 k). (3) 确定起始个体编号 l (在第一段采用简单随机抽样来确定). (4) 按照事先确定的规则抽取样本 (通常是将 l 加上 k, 得到第 2 个号码 $l+k$, 再将 $l+k$ 加上 k, 得到第 3 个编号 $l+2k$, ..., 继续下去, 直到获取整个样本).	让学生思考、讨论、尝试总结, 教师进行提炼.	
概念深化	例 1 要从某学校的 10 000 名学生中抽取 100 个进行健康检查, 采用哪种抽样方法比较好, 并写出过程. [分析] 因为总体中元素个数较多, 所以采用系统抽样. 过程如下: (1) 给全体学生编号, 号码为 1 到 10 000. (2) 由于 $100 : 10\ 000 = 1 : 100$, 所以将总体平均分为 100 个部分, 每一部分包括 100 个个体. (3) 从 1 到 100 好进行简单随机抽样, 抽取一个号码, 比如抽取的号码是 8. (4) 这样就从 8 号起, 每隔 100 个抽取一个号码, 得到一个容量为 100 的样本, 8, 108, 208, ..., 9 908. [思维升华] 采用系统抽样从容量为 N 的总体中抽取容量 n 为样本时, 如果总体容量能被样本容量整除, 则分段间隔 $k = \frac{N}{n}$, 而且在抽取第一个号码时采用简单随机抽样. [问题 3] 当总体容量不能被样本容量整除, 应该如何分段呢? 例 2 从某单位的 2 004 名员工中, 采用系统抽样方法抽取一个容量为 20 的样本, 试叙述抽样的步骤.	学生练习. 教师点拨. 学生自行解决, 教师引申. 放手让学生解答, 通过微机显示标准解题格式. 教师讲授, 让学生思考.	通过这一例题, 使学生建立起完整、准确的知识结构. 在运用知识解决问题的过程中, 使学生领会客观世界处于运动、变化的无限发展过程中, 培养学生的逻辑思维能力, 和语言表达能力. 教师启发学生思考, 一方面可以进一步掌握系统抽样, 另一方面加深对抽样方法的认识, 以及系统抽样与简单随机抽样的练习和适用范围, 有利于学生更好的理解. 为后面进一步学习其他抽样方法打下基础.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
概念深化	解: (1) 采用随机的方式给个体编号 1, 2, ..., 2 004. (2) 随机剔除 4 个个体. (3) 分段: 由于 $200 : 2\ 000 = 1 : 100$, 故将总体分为 20 个部分, 其中每一部分 100 个个体. (4) 在第一部分采用简单随机抽样抽取一个号码, 比如 66 号. (5) 起始号“+”间隔确定样本中的各个个体, 如 166, 266, 366,	学生通过讨论, 以具体的例子为载体, 解决上述问题.	通过解决实例和例 1, 学生自然发现, 我们解决的问题中总体容量恰好能被样本容量整除, 所以必然会有疑问, 若总体容量不能被样本容量整除, 该如何分组呢? 所以在此适时提出问题, 进一步激发学生的学习热情, 通过学生交流, 讨论, 进一步完善知识结构.
反馈练习	例 3 (1) 下列抽样中不是系统抽样的是 (). A. 从标有 1~15 号的 15 个球中, 任选 3 个作样本, 按从小号到大号排序, 随机选起点 i_0, 以后 i_0+5, i_0+10 (超过 15 则从 1 再数起) 号入样. B. 工厂生产的产品, 用传送带将产品送入包装车间前, 检验人员从传送带上每隔 5 分钟抽一件产品进行检验. C. 搞某一市场调查, 规定在商场门口随机抽一个人进行询问, 直到调查到事先规定的调查人数为止. D. 电影院调查观众的某一指标, 通知每排 (每排人数相同) 座位号为 14 的观众留下来谈. (2) 一个年级有 12 个班, 每个班有 50 名学生, 随机编号为 1~50, 为了了解他们在课外的兴趣, 要求每班第 40 号学生留下来进行问卷调查, 这里运用的抽样方法是 (). A. 分层抽样 B. 抽签法 C. 随机数表法 D. 系统抽样法 (3) 为了了解某地参加计算机水平测试的 5 008 名学生的成绩, 从中抽取了 200 名学生的成绩进行统计分析, 运用系统抽样抽取样本时, 每组的容量为 (). A. 24 B. 25 C. 26 D. 28	学生口答, 并加以分析, 其他同学对学生的回答进行评价, 老师加以总结. 学生练习, 在整个练习过程中, 教师做好课堂巡视, 加强对学生的个别指导. 本例题有 3 个问题, 以 5 分制为标准, 便于学生自我评价.	进一步巩固所学知识, 有助于保持学生学习的的热情和信心. 教师及时了解学生的掌握情况, 以便进一步调整自己的教学.
归纳总结	(1) 系统抽样的定义. (2) 系统抽样的实施方法和步骤. (3) 系统抽样的公平性. (4) 系统抽样与简单随机抽样的关系.	先请一位同学总结, 其他同学补充, 教师完善, 用多媒体展示出来.	巩固本节课所学知识, 培养学生运用所学知识、方法解决实际问题的能力, 并使学生对本节课的知识研究线索有一个全面的认识, 掌握研究方法, 为今后学习其他知识奠定基础.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
布置作业	(1) 认真阅读教材第 52 页的内容. (2) 必做题: 教材第 52 页练习 A 第 1, 2 题, 第 53 页练习 B 第 1 题. (3) 选做题: 教材第 53 页练习 B 第 2 题.	书面作业第一个层次要求所有学生完成; 第二个层次, 只要求学有余力的学生完成.	(1) 巩固知识, 发现和弥补教学中的不足. (2) 培养学生自觉学习的习惯和探索精神, 提高学生综合运用数学知识的能力. (3) 通过练习, 反映学生掌握新知识的程度, 教师及时调控、讲评, 帮助学生完善认知结构.

五 习题参考答案与提示

练习 A (第 51 页)

1. 一般地, 从元素个数为 N 的总体中不放回地抽取容量为 n 的样本, 如果每一次抽取时总体中的各个个体有相同的可能性被抽到, 这种抽样方法叫做简单随机抽样.

2. 作一般“调查”最好是对每一个个体逐一进行“调查”, 但这样做有时费时、费力, 有时根本无法实现, 一个行之有效的办法就是在每一个个体被抽取的机会均等的前提下从总体中抽取部分个体, 进行抽样调查.

3. 略.

练习 B (第 52 页)

1. 随机数表法: (用教材第 87 页的随机数表)

(1) 将 730 户居民编号为 001, 002, $\dots$, 730;

(2) 给出的随机数表是 5 个数一组, 使用各个 5 位数组的后 3 位, 从各个数组中任选后 3 位小于或等于 730 的数作为起始号码. 如从第 2 行的第 6 组数开始, 取出 572 作为 25 户中的第 1 个代号.

(3) 继续向右读, 每组后 3 位符合要求的数取出, 和已取出重复的跳过, 到行末转下一行从左向右继续读, 得数据: 572, 483, 459, 073, 242, 372, 048, 088, 600, 636, 171, 247, 303, 422, 421, 183, 546, 385, 120, 042, 320, 500, 219, 225, 059. 编号为以上所选的 25 个号码的居户被选中.

2. 略.

练习 A (第 52 页)

1. 将总体分成均衡的若干部分, 然后按照预先制定的规则, 从每一部分抽取一个个体, 得到需要的样本, 这种抽样叫做系统抽样. 它的优点是适用于总体容量比较大、抽取的样本容量也比较大的

抽样.

2. 按编号顺序分成 9 组, 每组 100 个号, 先在第 1 组用简单随机抽样方式抽出 k ($1 \leq k \leq 100$) 号, 其余的 $k+100n$ ($n=1, 2, \dots, 8$) 也被抽到, 即可得所需样本.

练习 B (第 53 页)

1. 采用随机方式将 1 563 件产品从 0001 至 1563 编号, 借用简单随机抽样法从中剔除 3 件产品; 将剔除后的 1 560 件产品从 0001 至 1560 重新随机编号, 按编号顺序分成 15 组, 每组 104 件; 先在第 1 组中用简单随机抽样方式抽出 k ($1 \leq k \leq 104$) 号, 其余的 $k+104n$ ($n=1, 2, \dots, 14$) 也被抽到, 即可得所需样本.

2. 略.

练习 A (第 53 页)

1. 喜欢数学的抽取 15 人, 不喜欢数学的抽取 20 人, 介于二者之间的抽取 15 人.
2. 不到 35 岁的抽取 25 人, 35~49 岁的抽取 56 人, 50 岁以上的抽取 19 人.
3. 南方学生抽取 67 名, 北方学生抽取 106 名, 西部学生抽取 27 名.

练习 B (第 54 页)

东城区、西城区、南城区、北城区分别抽取的人数为 12, 23, 19, 6.

练习 A (第 56 页)

略.

练习 B (第 56 页)

略.

习题 2-1A (第 56 页)

1. 统计的总体是指该地 10 000 名学生的体重; 个体是指这 10 000 名学生中每一名学生的体重; 样本指这 10 000 名学生中抽出的 200 名学生的体重; 总体容量为 10 000; 样本容量为 200. 若对每一个个体逐一进行“调查”, 有时费时、费力, 有时根本无法实现, 一个行之有效的办法就是在每一个个体被抽取的机会均等的前提下从总体中抽取部分个体, 进行抽样调查.

2. 略.

3. 随机数表法: (用教材第 87 页的随机数表)

(1) 将 590 件货物编号为 001, 002, $\dots$, 590;

(2) 给出的随机数表是 5 个数一组, 使用各个 5 位数组的中间 3 位, 从各个数组中任选中间 3 位小于或等于 590 的数作为起始号码. 如从第 3 行的第 4 组数开始, 取出 037 作为 50 件货物中的第 1 个代号.

(3) 继续向右读, 每组中间 3 位符合要求的数取出, 和已取出重复的跳过, 到行末转下一行从左向

右继续读,得数据: 037, 104, 460, 463, 317, 290, 030, 042, 142, 237, 318, 154, 038, 212, 404, 132, 298, 150, 321, 492, 279, 522, 205, 345, 265, 064, 167, 496, 256, 384, 049, 127, 091, 040, 083, 559, 550, 356, 326, 272, 255, 240, 502, 276, 054, 099, 146, 162, 090, 016. 编号为以上所选的 50 个号码的货物被选中.

4. 按编号顺序分成 10 组, 每组 1 000 个号, 先在第 1 组用简单随机抽样方式抽出 k ($0 \leq k \leq 99$) 号, 其余的 $k+100n$ ($n=1, 2, \dots, 9$) 也被抽到, 即可得所需样本.

5. 男运动员抽 16 人, 女运动员抽 12 人.

6. 大型商店、中型商店、小型商店分别抽取 2 家、4 家、15 家.

习题 2-1B (第 57 页)

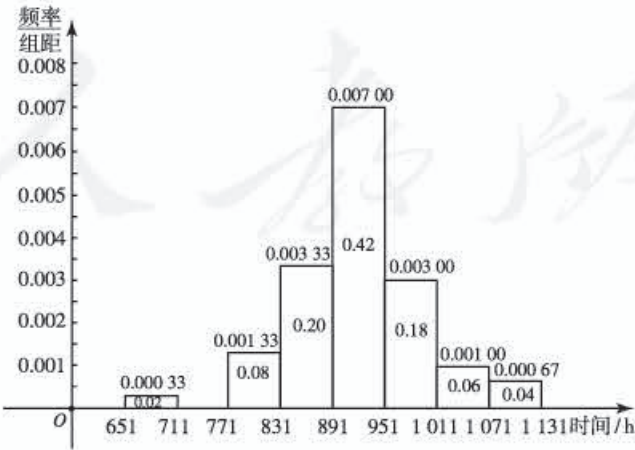
略.

练习 A (第 63 页)

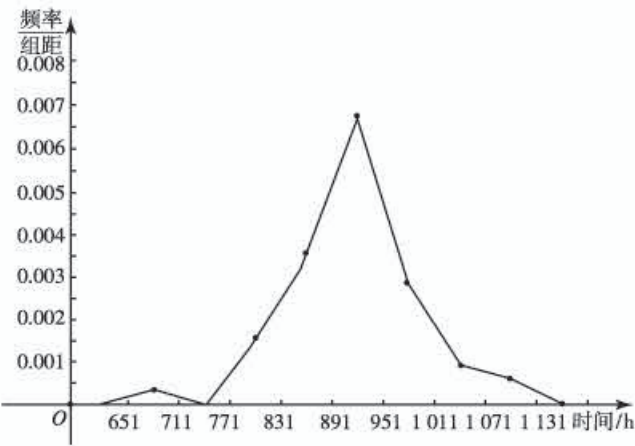
1. 频率分布表:

分 组	频 数	频 率
651~711	1	0.02
711~771	0	0.00
771~831	4	0.08
831~891	10	0.20
891~951	21	0.42
951~1 011	9	0.18
1 011~1 071	3	0.06
1 071~1 131	2	0.04
合 计	50	1.00

频率分布直方图:



频率分布折线图：

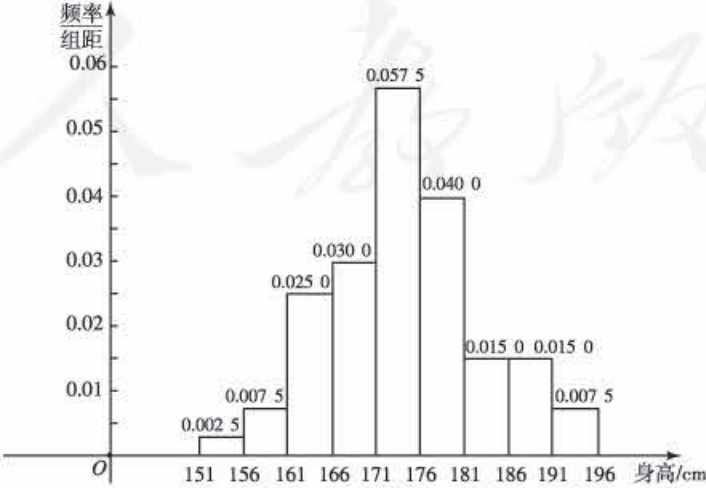


估计寿命在 1 000~1 150h 的灯泡在这批灯泡中所占的百分比为 14%。

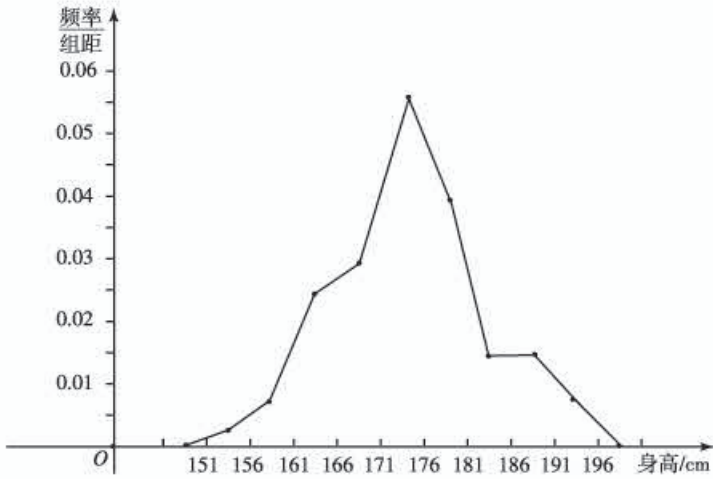
2. 频率分布表：

分 组	频 数	频 率
151~156	1	0.012 5
156~161	3	0.037 5
161~166	10	0.125 0
166~171	12	0.150 0
171~176	23	0.287 5
176~181	16	0.200 0
181~186	6	0.075 0
186~191	6	0.075 0
191~196	3	0.037 5
合 计	80	1.000 0

频率分布直方图：



频率分布折线图：

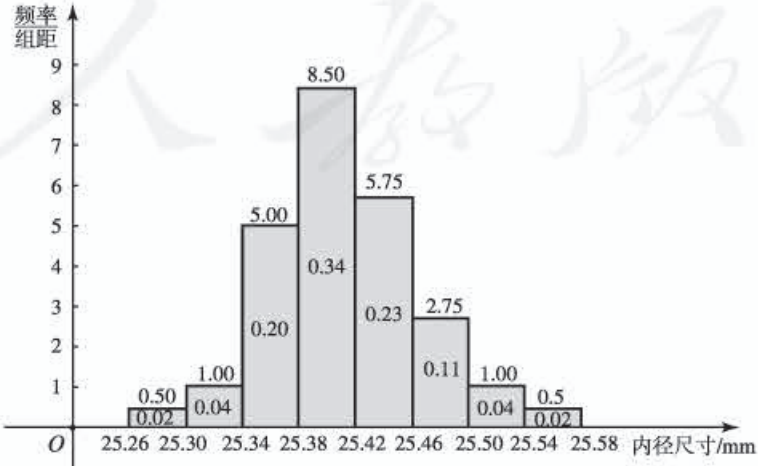


估计高三年级男生身高在 165~175 cm 之间的比例为 44%。

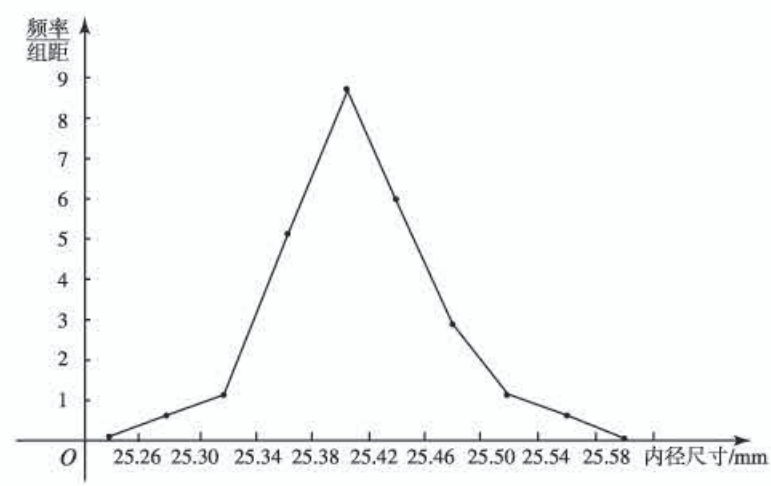
3. 频率分布表：

分 组	频 数	频 率
25.26~25.30	2	0.02
25.30~25.34	4	0.04
25.34~25.38	20	0.20
25.38~25.42	34	0.34
25.42~25.46	23	0.23
25.46~25.50	11	0.11
25.50~25.54	4	0.04
25.54~25.58	2	0.02
合 计	100	1.00

频率分布直方图：



频率分布折线图：



4.

上班时间	下班时间
8 1	679
887610 2	25799
5320 3	0026
0 4	

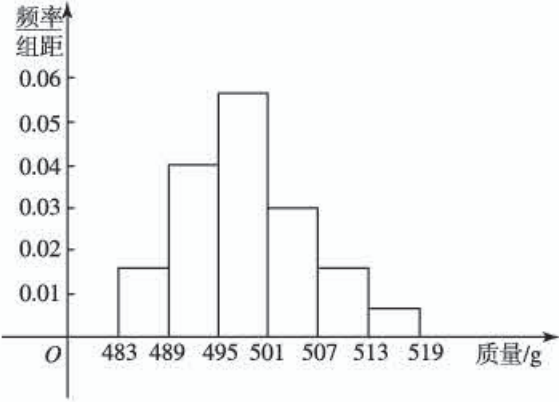
上班时间的中位数是：28；
下班时间的中位数是：28.

练习 B（第 64 页）

1. 频率分布表：

分 组	频 数	频 率
483~489	5	0.10
489~495	12	0.24
495~501	17	0.34
501~507	9	0.18
507~513	5	0.10
513~519	2	0.04
合 计	50	1.00

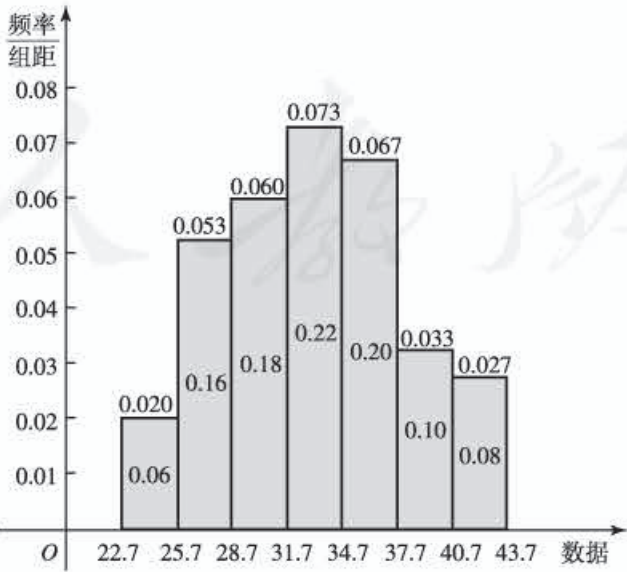
频率分布直方图：



2. (1) 频率分布表：

分 组	频 数	频 率
[22.7, 25.7]	6	0.06
[25.7, 28.7]	16	0.16
[28.7, 31.7]	18	0.18
[31.7, 34.7]	22	0.22
[34.7, 37.7]	20	0.20
[37.7, 40.7]	10	0.10
[40.7, 43.7]	8	0.08
合 计	100	1.00

(2) 频率分布直方图：



(3) 小于 35 的数据所占总体的百分比约为 64%.

3.

甲		乙
6	7	499
76654321	8	24599
0	9	1

练习 A (第 70 页)

1. 糖的平均质量为 99.92 kg; 标准差为 1.13. 估计包装好的这批糖的平均质量为 99.92 kg; 标准差为 1.13.

2. 这 5 只节日彩灯的平均使用寿命为 1 274.8 h, 使用寿命的标准差为 171.4; 估计这种节日彩灯的平均使用寿命为 1 274.8 h, 使用寿命的标准差为 171.4.

3. 样本平均数 25.409, 标准差为 0.053.

练习 B (第 70 页)

1. 估计该厂生产的滚珠直径的平均数为 14.952, 标准差为 0.156.

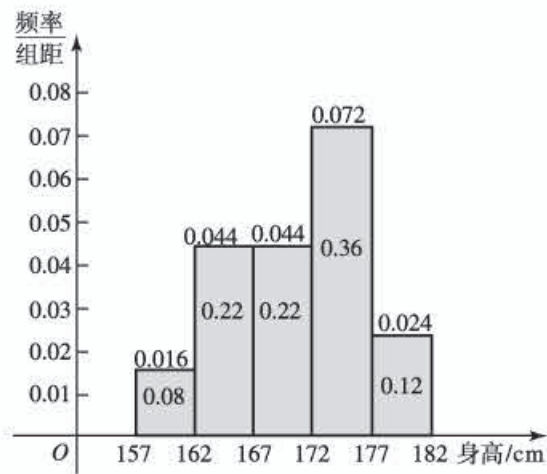
2. 样本的平均数为 22.351, 标准差为 0.017.

习题 2-2A (第 70 页)

1. (1) 样本频率分布表:

分 组	频 数	频 率
157~162	4	0.08
162~167	11	0.22
167~172	11	0.22
172~177	18	0.36
177~182	6	0.12
合 计	50	1.00

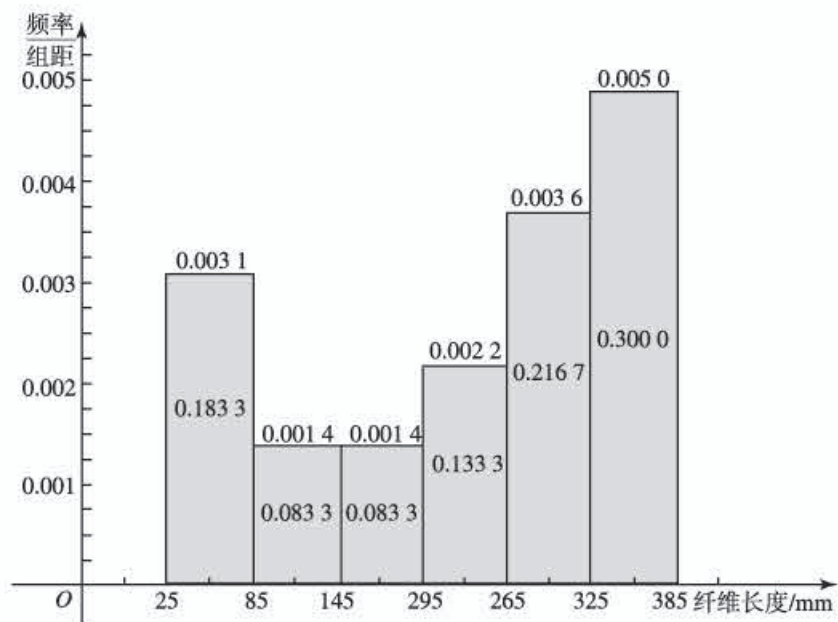
频率分布直方图：



- (2) 样本的平均数为 170.1 cm，标准差为 5.6.
(3) $\bar{x}=170.1$ ， $s=5.6$ ，估计落入区间 (164.5, 175.7) 的数据有 36 个.

2. (1)

分 组	频 数	频 率
25~85	11	0.183 333
85~145	5	0.083 333
145~205	5	0.083 333
205~265	8	0.133 333
265~325	13	0.216 667
325~385	18	0.300 000
合 计	60	1.000 000



(2) 样本平均数为 238, 样本标准差为 113.941 8.

(3) 数据全部落入 $(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s)$.

3. 茎叶图为:

12.	13566789
13.	011222344556667889
14.	0124

中位数为 13.35.

4. 运动员成绩的平均数为 1.69 m.

5. 甲、乙两名运动员成绩的样本标准差分别为 0.104, 0.156; 甲运动员的成绩比较稳定.

6. 样本方差为 3.8, 样本标准差为 1.95.

习题 2-2B (第 72 页)

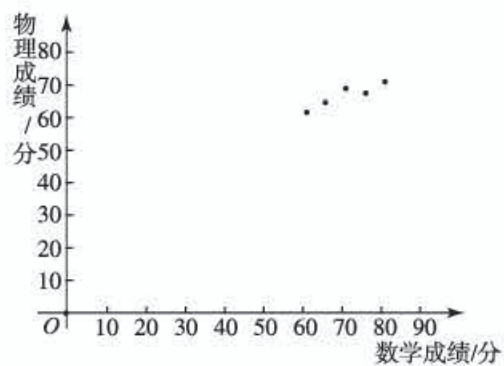
1. 略.

2. 平均数为 $\bar{x} + \bar{y}$. 因为 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$,

所以 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{x} + \bar{y}$.

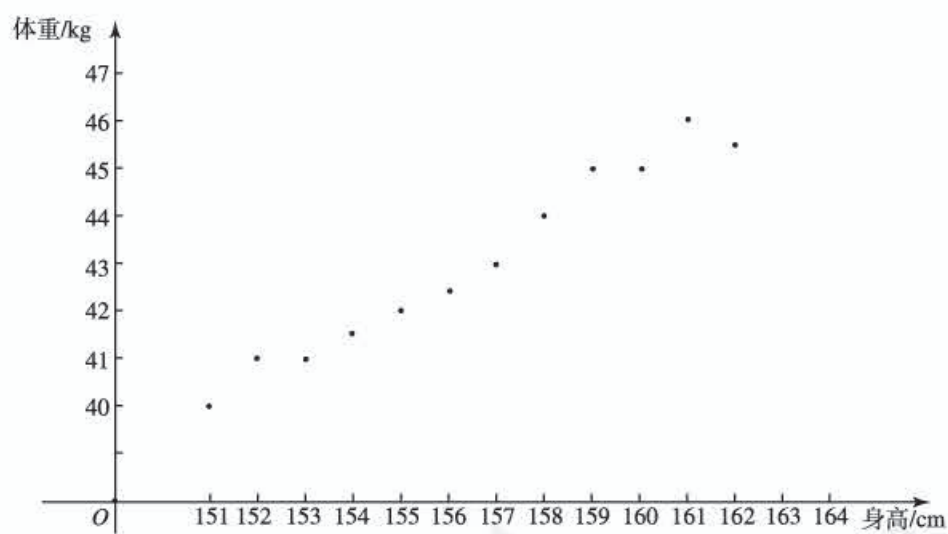
练习 A (第 74 页)

1.



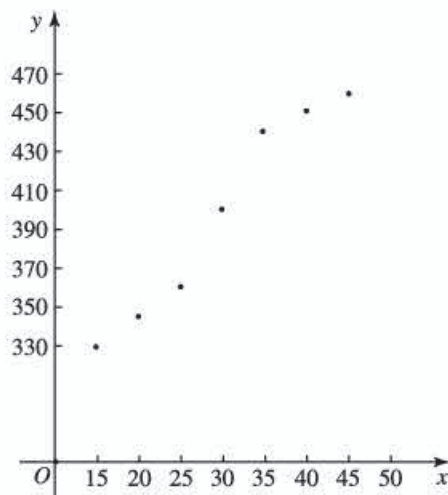
这 5 个学生的数学成绩与物理成绩有相关关系.

2.



这 12 名学生的体重和身高具有相关关系.

练习 B (第 74 页)



这个农场的水稻的产量和施化肥量具有相关关系；水稻的产量不会随着化肥施用量的增加而一直增长。

练习 A (第 79 页)

- 略。
-

序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	26	20	676	400	520
2	18	24	324	576	432
3	13	34	169	1 156	442
4	10	38	100	1 444	380
5	4	50	16	2 500	200
6	-1	64	1	4 096	-64
Σ	70	230	1 286	10 172	1 910

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{1\,910 - 6 \times \frac{35}{3} \times \frac{115}{3}}{1\,286 - 6 \times \left(\frac{35}{3}\right)^2} \approx -1.647\,7 \approx -1.648;$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = \frac{115}{3} + 1.647\,7 \times \frac{35}{3} \approx 57.557.$$

回归直线方程为 $\hat{y} = -1.648x + 57.557$;

如果某天的气温是 5°C ，预测这天小卖部卖出热茶的杯数为 49。

练习 B (第 79 页)

1.

序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	-2.0	-6.1	4.00	37.21	12.200
2	0.6	-0.5	0.36	0.25	-0.3
3	1.4	7.2	1.96	51.84	10.080
4	1.3	6.9	1.69	47.61	8.970
5	0.1	-0.2	0.01	0.04	-0.02
6	-1.6	-2.1	2.56	4.41	3.360
7	-1.7	-3.9	2.89	15.21	6.630
8	0.7	3.8	0.49	14.44	2.660
9	-1.8	-7.5	3.24	56.25	13.500
Σ	-3	-2.4	17.2	227.26	57.08

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{57.08 - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{15}\right)}{17.2 - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2} \approx 3.4741 \approx 3.474;$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = -\frac{4}{15} - 3.4741 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \approx 0.891.$$

所以 Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = 3.474x + 0.891$.

2.

序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	32.2	25	1 036.84	625	805.0
2	31.1	30	967.21	900	933.0
3	32.9	34	1 082.41	1 156	1 118.6
4	35.8	37	1 281.64	1 369	1 324.6
5	37.1	39	1 376.41	1 521	1 446.9
6	38.0	41	1 444.00	1 681	1 558.0
7	39.0	42	1 521.00	1 764	1 638.0
8	43.0	44	1 849.00	1 936	1 892.0
9	44.6	48	1 989.16	2 304	2 140.8
10	46.0	51	2 116.00	2 601	2 346.0
Σ	379.7	391	14 663.67	15 857	15 202.9

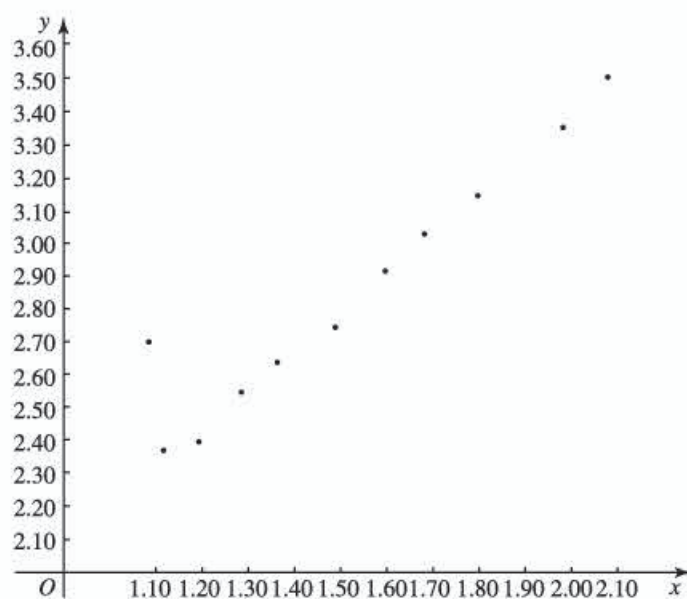
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{15\,202.9 - 10 \times 37.97 \times 39.1}{14\,663.67 - 10 \times 37.97^2} \approx 1.447\,0 = 1.447;$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 39.1 - 1.447\,0 \times 37.97 \approx -15.843.$$

所以 Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = 1.447x - 15.843$.

习题 2-3A (第 79 页)

1. (1)



(2)

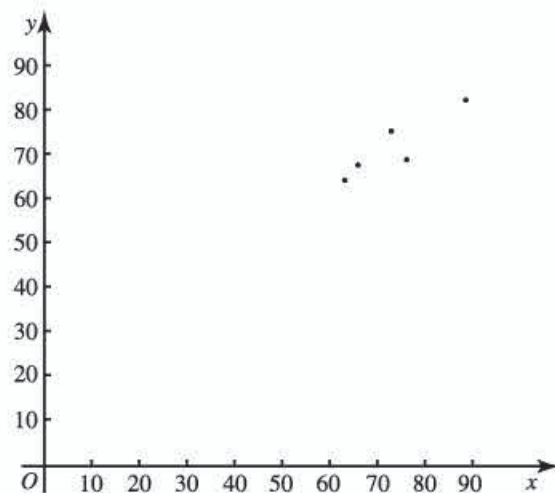
序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	1.08	2.65	1.166 4	7.022 5	2.862 0
2	1.12	2.37	1.254 4	5.616 9	2.654 4
3	1.19	2.40	1.416 1	5.760 0	2.856 0
4	1.28	2.55	1.638 4	6.502 5	3.264 0
5	1.36	2.64	1.849 6	6.969 6	3.590 4
6	1.48	2.75	2.190 4	7.562 5	4.070 0
7	1.59	2.92	2.528 1	8.526 4	4.642 8
8	1.68	3.03	2.822 4	9.180 9	5.090 4
9	1.80	3.14	3.240 0	9.859 6	5.652 0
10	1.87	3.26	3.496 9	10.627 6	6.096 2
11	1.98	3.36	3.920 4	11.289 6	6.652 8
12	2.07	3.50	4.284 9	12.250 0	7.245 0
Σ	18.50	34.57	29.808 0	101.168 1	54.676 0

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{54.676 - 12 \times \frac{18.5}{12} \times \frac{34.57}{12}}{29.808 - 12 \times \left(\frac{18.5}{12}\right)^2} \approx 1.0726 \approx 1.073;$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = \frac{34.57}{12} - 1.0726 \times \frac{18.5}{12} \approx 1.227.$$

所以 Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = 1.073x + 1.227$.

2. (1)



(2)

序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	88	78	7 744	6 084	6 864
2	76	65	5 776	4 225	4 940
3	73	71	5 329	5 041	5 183
4	66	64	4 356	4 096	4 224
5	63	61	3 969	3 721	3 843
Σ	366	339	27 174	23 167	25 054

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{25\,054 - 5 \times 73.2 \times 67.8}{27\,174 - 5 \times 73.2^2} \approx 0.6249 \approx 0.625;$$

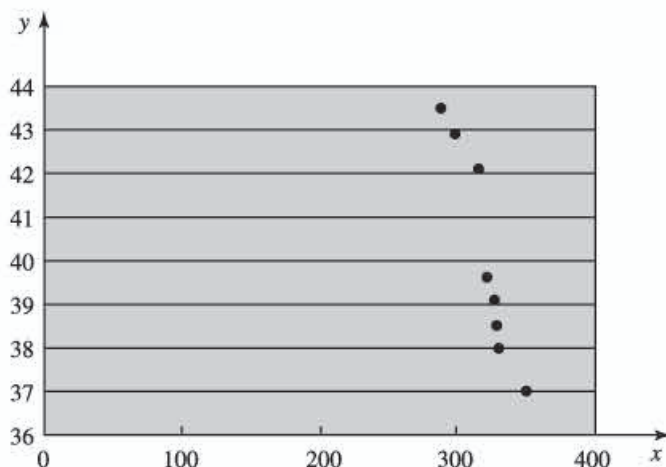
$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 67.8 - 0.6249 \times 73.2 \approx 22.057.$$

所以 Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = 0.625x + 22.057$.

习题 2-3B (第 80 页)

1. 利息对年份的回归直线方程为: $\hat{y} = -0.099x + 200.51$.

2. (1)



(2) Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = -0.123x + 79.322$.

思考与交流 (第 83 页)

略.

巩固与提高 (第 84 页)

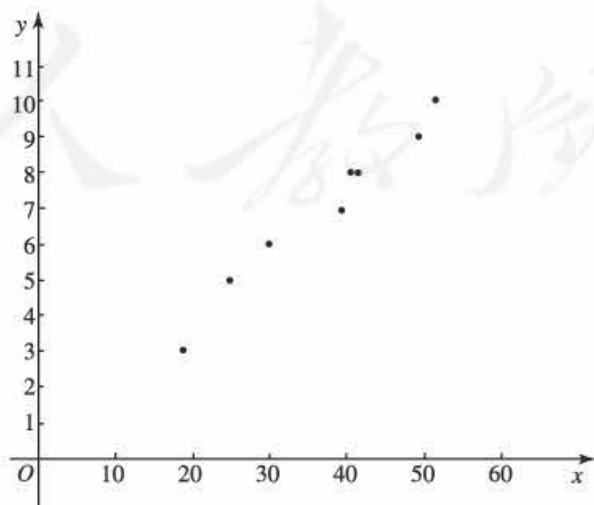
1. 总体为这片森林中的所有树的高; 个体为这片森林中每一株树的高; 样本为抽取的这 35 株树的高; 样本容量为 35; 样本平均树为 22.54 m; 样本标准差为 2.452.

2. 略.

3. 估计这批零件长度的平均数为 206.45, 标准差为 10.63.

4. 估计该月销售额的平均数为 524.25, 标准差为 155.70.

5. (1)



(2)

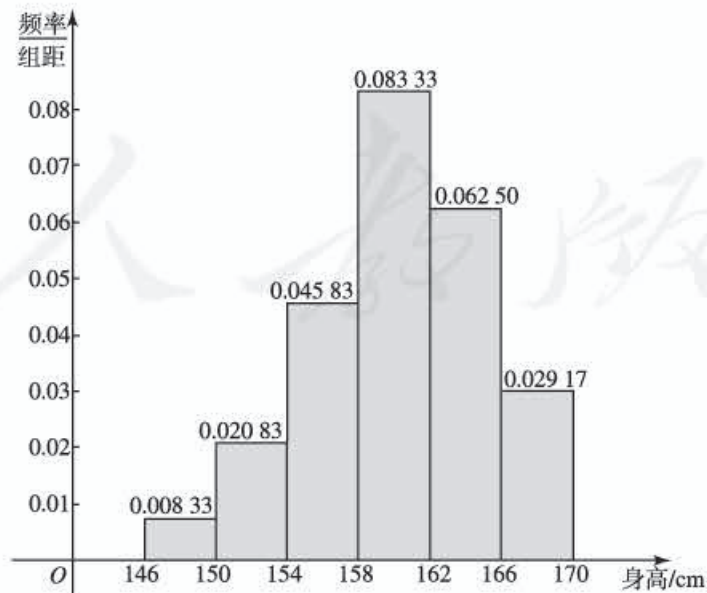
序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	18	3	324	9	54
2	25	5	625	25	125
3	30	6	900	36	180
4	39	7	1 521	49	273
5	41	8	1 681	64	328
6	42	8	1 764	64	336
7	49	9	2 401	81	441
8	52	10	2 704	100	520
Σ	296	56	11 920	428	2 257

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{2\,257 - 8 \times \frac{296}{8} \times 7}{11\,920 - 8 \times \left(\frac{296}{8}\right)^2} \approx 0.191\,1 \approx 0.191;$$
$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = 7 - 0.191\,1 \times \frac{296}{8} \approx -0.071.$$

所以 Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = 0.191x - 0.071$.

自测与评估 (第 84 页)

1. (1)



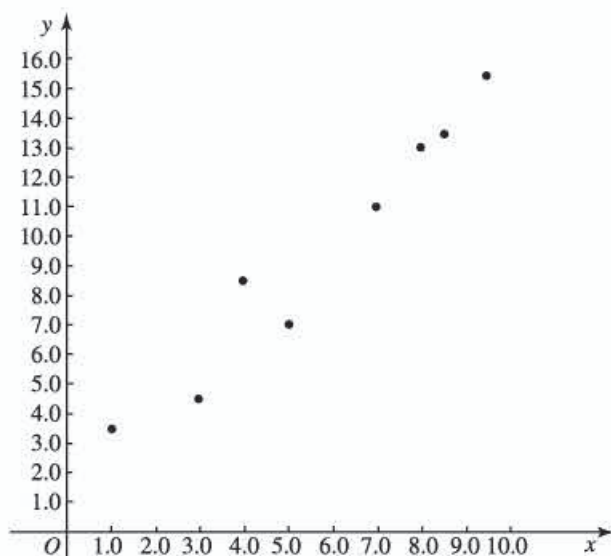
(2) 样本的平均数为 159.4, 标准差为 4.8.

(3) 估计总体中有 96.7% 的数据落入区间 $(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s)$.

2. (1) 总体是指这一批炮弹的射程; 个体是指着一批炮弹中每一发的射程; 样本为抽取的这 10 发炮弹的射程; 样本容量为 10.

(2) 样本的平均数为 5 322.6; 标准差为 16.43.

3. (1)



(2)

序号	x	Y	x^2	y^2	xy
1	7	11.00	49.00	121.00	77.00
2	4	8.50	16.00	72.25	34.00
3	8.5	13.50	72.25	182.25	114.75
4	9.5	15.50	90.25	240.25	147.25
5	3	4.50	9.00	20.25	13.50
6	1	3.50	1.00	12.25	3.50
7	8	13.00	64.00	169.00	104.00
8	5	7.00	25.00	49.00	35.00
Σ	46	76.50	326.50	866.25	529.00

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{529.0 - 8 \times \frac{46}{8} \times \frac{76.5}{8}}{326.5 - 8 \times \left(\frac{46}{8}\right)^2} = 1.4375 \approx 1.438;$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = \frac{76.5}{8} - 1.4375 \times \frac{46}{8} \approx 1.297.$$

所以 Y 对 x 的回归直线方程为: $\hat{y} = 1.438x + 1.297$.

六 评价建议

(1) 根据本章课后作业情况、测验成绩等可作为评价的一个方面.

(2) 根据学生实际情况开展多种多样的课外研究活动, 如: 以小组为单位统计本年级学生的身高、体重并研究它们之间的相关关系; 研究学生的数学成绩与物理成绩之间的关系等, 让学生学会分析、处理数据, 写出一篇完整的论文.

(3) 教师可以从教参中我国“十五”期间统计学部分重点研究课题中选出学生感兴趣的课题让学生尝试研究. 如考试测量的研究, 关于旅游经济、假日经济和休闲时间的统计研究, 关于我国居民消费模式的量化研究等.

人教版®



第三章

概 率

一 课程目标

(一) 知识与技能目标

1. 了解随机事件发生的不确定性和频率的稳定性, 了解概率的意义以及频率与概率的区别.
2. 了解两个互斥事件的概率加法公式.
3. 理解古典概型及其概率计算公式, 会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率.
4. 了解随机数的意义, 能运用模拟方法(包括计算器产生随机数来进行模拟)估计概率, 初步体会几何概型的意义.
5. 了解人类认识随机现象的过程.

(二) 过程与方法目标

1. 在本章教学中, 教师应通过日常生活中的大量实例, 鼓励学生动手试验, 正确理解随机事件发生的不确定性及其频率的稳定性, 并尝试澄清日常生活遇到的一些错误认识.
2. 理解古典概型及其概率计算公式, 会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率.
3. 了解随机数的意义, 能运用模拟方法(包括计算器产生随机数来进行模拟)估计概率, 初步体会几何概型的意义. 深入了解几何概型, 更好地体会统计的思想和概率的意义.
4. 了解人类认识随机现象的过程, 让学生体验观察、实验、归纳、类比、推断等合情推理数学活动在概率学习中的重要性, 提高直觉思维能力.

(三) 情感、态度与价值观目标

1. 概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义,加强与现实生活的联系,以科学的态度评价身边的一些随机现象.
2. 增加学生合作学习交流的机会,让学生积极参与到数据的收集、分析、整理与描述的数学活动中,在体会概率意义的同时,感受与他人合作的重要性.
3. 在数据的收集和整理的过程中,敢于面对困难,克服困难,初步形成实事求是的科学态度和锲而不舍的求学精神.

二 教材分析

(一) 编写特色

1. 建立集合与概率的联系,使用集合语言和集合运算较精确地叙述概率的有关概念.用集合语言描述事件及事件的运算法则.实验证明,用集合语言描述概率的一些概念比用自然语言要优越得多,使许多概率概念更加清晰,不容易引起歧义.
2. 概率在统计后学习,充分体现统计思想在概率中的应用.
3. 在概率计算中融入算法.

(二) 内容结构

1. 内容编排

与之前的教材编排不同,本章放在“统计”一章的后面、“计数原理”(选修2-3)一章的前面,这样的变化对涉及到的有关概率的某些计算要求有所降低.本章共分四大节,第一节为事件与概率;第二节为古典概型;第三节为随机数的含义与应用;第四节为概率的应用.

第一节主要介绍了自然界和人类社会中常见的一些随机现象,由此引入必然事件和随机事件的概念.然后将各种必然事件、不可能事件和随机事件纳入基本事件空间,这里的基本事件空间类似于集合中的全集.这样就可以用类似于文氏图的方法来表示随机事件之间的关系.

频率的概念是学生熟悉也是比较容易理解的,用试验结果的频率引出了概率的统计概念,并解释了概率与频率的区别.本节最后重点学习互斥事件和互斥事件的概率加法公式.

第二节学习了一种简单而常见的随机事件的概率问题:古典概型.重点要抓住古典概型的两个特征,试验结果的有限性和等可能性.教材通过大量的实例介绍了古典概型的广泛应用.随后把概率的一般加法公式作为选学内容供学有余力的学生参考,学习中可以把概率的一般加法公式与集合中的容斥定理进行比较.

第三节是另一种和古典概型相似的一类概率问题：几何概型。它也有两个突出的特征，试验结果的无限性和等可能性。随机数的学习是为了更好地利用计算器或计算机解决有关几何概型的实际问题，让学生尝试怎样应用随机数解决实际问题。

第四节通过一些实际问题，进一步强调概率的应用价值，并通过这部分的教学，使学生树立应用数学的意识，并且在解决实际问题的过程中，让学生通过合作学习与小组学习的方式，树立团队精神和协作意识，了解和认识周围的社会和大自然，增强责任感和使命感。

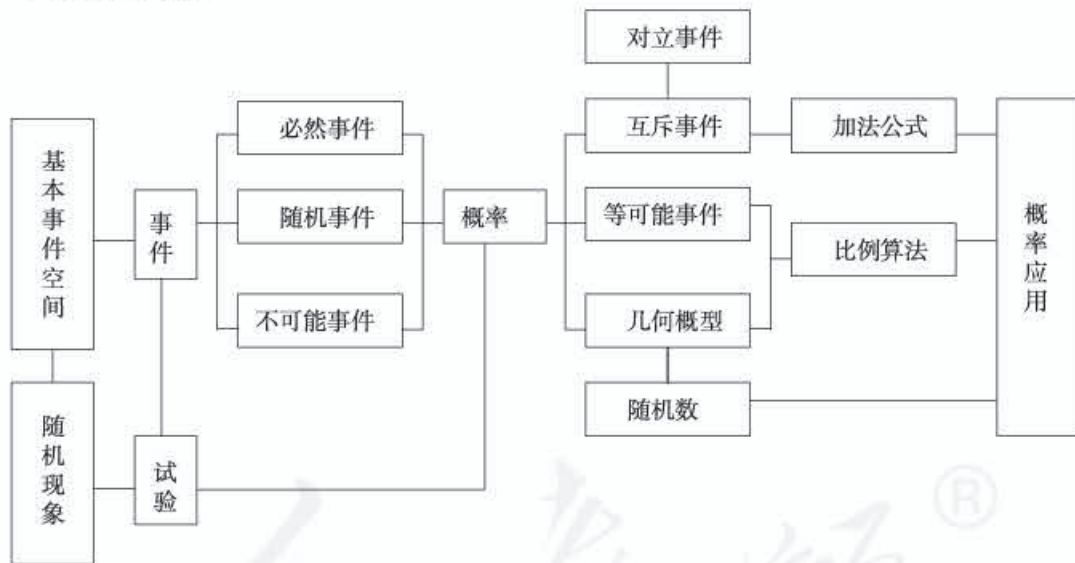
2. 地位与作用

在课程标准中指出，“随机现象在日常生活中随处可见，概率是研究随机现象规律的学科，它为人们认识客观世界提供了重要的思维模式和解决问题的方法，同时为统计学的发展提供了理论基础”，而且概率的基础知识已经成为一个未来公民的必备常识。学生结合具体实例，学习概率的某些基本性质和简单的概率模型，加深对随机现象的理解，能通过实验、计算器（机）模拟估计简单随机事件发生的概率，消除日常生活中的一些错误认识，学会用科学的方法去观察世界和认识世界。

3. 重点与难点

本章的教学重点是古典概型；教学难点是用模拟方法估计概率和了解几何概型的意义。

4. 本章知识结构



（三）课时分配

本章教学时间约 9 课时，具体分配如下（仅供参考）：

3.1 事件与概率

3.1.1 随机现象

3.1.2 事件与基本事件空间

1 课时

3.1.3 频率与概率

1 课时

3.1.4 概率的加法公式

1 课时

3.2 古典概型	
3.2.1 古典概型	2 课时
3.2.2 概率的一般加法公式 (选学)	
3.3 随机数的含义与应用	
3.3.1 几何概型	1 课时
3.3.2 随机数的含义与应用	1 课时
3.4 概率的应用	1 课时
小结与复习	1 课时

(四) 教学建议

概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义. 教师应通过日常生活中的大量实例, 鼓励学生动手试验、自主探究, 正确理解随机事件发生的不确定性及其频率的稳定性, 并尝试澄清日常生活中遇到的一些错误认识. (如“中奖率为 $\frac{1}{1\,000}$ 的彩票, 买1 000张一定中奖”“若干个人抓阄, 先抓和后抓, 抓中的可能性不一样”等等.)

认清古典概型和几何概型的特征, 多尝试如何把实际问题转化为古典概型或几何概型. 应鼓励学生尽可能运用计算器、计算机来处理数据, 进行模拟活动, 更好地体会统计思想和概率的意义. 例如, 可以利用计算器产生随机数来模拟掷硬币的试验等.

3.1 事件与概率

这一节结合很多实例, 介绍随机现象、试验、事件、频率和概率、概率的加法公式. 鼓励学生自己动手做试验, 寻找随机现象的规律性.

3.1.1 随机现象

1. 本小节的教学重点是通过4个具体实例, 了解随机现象的概念; 教学难点是如何启发学生联系自身的生活和学习经历举出随机现象的例子, 帮助学生理解随机现象的概念.

2. 本小节首先通过自然界和人类社会中的大量的实际问题引出了必然现象和随机现象的概念, 给学生一个形象直观地认识. 如: 购买彩票、降雨概率、抛掷硬币、投篮、交通信号灯的颜色和抽取产品检验等实际问题. 目的是让学生了解到随机现象在我们身边是大量存在的, 我们有关概率问题的学习就是要解决这样的问题. 从而增加学生学习概率的兴趣, 了解数学在解决实际问题中的广泛作用, 提高学生应用数学分析问题和解决问题的能力.

3. 通过4个具体的例子, 加强学生对随机现象和随机试验的理解. 建议教学时与统计联系起来, 让学生应把随机试验看作一次试验过程. 试验的一个结果就是一个“样本”.

4. 随机现象是在相同的条件下多次观察同一现象, 每次观察到的结果不一定相同, 事先很难预料哪一种结果出现. 必然现象是在一定条件下必然发生某种结果的现象.

5. 为了探索随机现象发生的规律, 就要对随机现象进行观察和模拟, 我们把观察和模拟随机现象的过程叫做试验.

6. 在教学中应充分调动学生的学习积极性,在引用教材实例的同时,可以采取小组合作学习的方式,让同学们相互讨论,相互启发,集思广益,举出身边熟悉的必然现象和随机现象的例子,为进一步的深入学习研究随机事件的概率积累素材,引燃学生的思维火花.

3.1.2 事件与基本事件空间

1. 本小节的教学重点是基本事件和基本事件空间的概念;教学难点是在实际问题中,正确地求出某试验中事件 A 包含的基本事件的个数和基本事件空间中的基本事件的总数.

2. 一个随机试验一切可能得到的结果构成的集合叫做这个试验的样本空间. 为了便于学生学习,教材中是先定义随机事件、基本事件,然后定义基本事件空间. 这种讲述的优越性,还值得进一步地探索. 实际教学时,可先不给出定义,最好先通过掷硬币或掷骰子的实例,引出基本事件空间和事件的定义.

掷一颗骰子,所有可能出现的结果构成的集合为

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

其中的每一个结果都不可能再分解,也不可能同时发生. 这种事件称为一个基本事件. 这个集合称为掷一颗骰子的基本事件空间或值域. 通过实例的分析,再向学生总结基本事件的性质:

- (1) 不能再分解或不必要再分解为更小的随机事件;
- (2) 不同的基本事件不可能同时发生.

应注意,这一小节没有介绍古典概率模型,也没有学习统计概率. 学生应完全在随机试验基础上理解基本事件.

其它任何事件都可用这些基本事件来描述. 例如,出现偶数点这个随机事件,就可用样本空间的子集 $\{2, 4, 6\}$ 来描述. 因此,我们就可用集合的子集描述随机事件,把样本空间的子集称为事件.

3. 不可能事件、必然事件和随机事件三个概念既有区别又有联系. 在具体的每次试验中,根据实验结果可以区分三种事件. 但通常在一般情况下,随机事件也包含不可能事件和必然事件,并且将其作为随机事件的特例.

4. 正确的分析和计算基本事件的个数. 基本事件和基本事件空间的概念是古典概型的基础,也是概率的比例解法的依据. 从一个试验中,正确地分析清楚基本事件和基本事件空间是求解基本事件概率的关键. 例如:对于掷两枚硬币的试验中,学生容易将基本事件(正,反)和(反,正)混为同一种情况. 教学中,可以将基本事件空间比作集合中的全集,基本事件可以理解为上述全集中的子集,借助集合中用文氏图表示集合的方法来表示基本事件与基本事件空间的关系.

5. 当基本事件的个数为有限个时,常用集合(列举法)和有序数组来表示基本事件以及基本事件空间. 前后者的区别在于同一试验中包含的基本事件是否存在顺序上的差别.

3.1.3 频率与概率

1. 本小节的教学重点是频率的概念;教学难点是概率的统计定义以及概率与频率的区别与联系.

2. 概率和频率的关系. 概率的统计定义是由频率来表示的,但是它又不同于频率的定义,只是用频率来估算概率. 频率是已进行的 n 次重复试验中,事件 A 发生了 m 次,则事件 A 发生的频率为 $\frac{m}{n}$, 用 $\frac{m}{n}$ 表示事件 A 的概率 $P(A)$. 由于概率使用频率来近似代替的,所以它是对在某次试验中某事件是否

发生的一种估测. 这种估测可以在试验之前, 但是频率的计算只是在试验之后. 一般情况下, 当重复试验次数足够多以后, 试验结果的频率就非常接近或等于理论上的概率. 但不能简单的说重复试验的次数越多, 得到的概率就越准确. 也就是掷 1 001 次硬币其中正面向上的频率不一定比掷 1 000 次正面向上的频率更接近于 $\frac{1}{2}$. 但是, 通常情况下, 掷 2 000 次硬币其中正面向上的频率会比掷 1 000 次正面向上的频率更接近于 $\frac{1}{2}$.

3. 本小节例 2 根据一批种子发芽试验结果来估计其发芽率得到的结果是一个近似值, 这个值可以用全部 6 次试验中的总的发芽粒数与种子总粒数之比表示. 本小节后练习 A 的第 2 题的第 (2) 小题中“这个射手射击一次, 击中靶心的概率”也可以用类似的方法计算.

4. 由于这时学生还没有学习排列组合的知识, 因此只要求学生会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率. 在教学中尽量使用计算器或计算机协助解决计算问题.

5. 理解了概率的定义, 就能知道“某彩票的中奖概率为 $\frac{1}{1\,000}$ ”, 并不意味着买 1 000 张彩票就一定能够中奖, 除非只有这 1 000 张彩票”以及“如果明天降雨的概率是 80%, 出门上学要带雨具”等其中的道理.

3.1.4 概率的加法公式

1. 本小节的教学重点是互斥事件的加法公式; 教学难点是互斥事件与对立事件的区别和联系.

2. 应注意, 这一小节在传统教材中都是在古典概型中学习. 这里概率理解为统计定义. 教材通过实例, 让学生理解事件互斥的概念. 例如用掷骰子出现不同点数的试验来解释, 也可以用掷硬币出现正面或反面向上的试验来说明. 关键是在同一试验中, 事件 A 和事件 B 不可能同时发生, 则事件 A 和事件 B 就是互斥事件.

其实也可通过实例归纳出加法公式. 教材通过两个集合的交、并运算来推导互斥事件的加法公式, 用补集理解互为对立事件及它们概率之间的关系.

3. 根据基本事件的概念可知, 所有的基本事件都是两两互斥的.

4. 事件 A 和 B 的并 (或和) 是由事件 A 或 B 所包含的基本事件 (或事件 A 和 B 至少有一个发生) 组成的事件 C, 记作 $C=A \cup B$. 因此有,

$$A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B. \text{ 且 } P(A) \leq P(A \cup B), P(B) \leq P(A \cup B), P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

特别当事件 A 与 B 是互斥事件时, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

5. 对立事件是互斥事件的特例. 设基本事件空间为 Ω , 若 A, B 为互斥事件且 $A \cup B = \Omega$, 则 A, B 互为对立事件. 例如: 抛掷一枚骰子, 观察出现的点数, “奇数点向上”为事件 A, “2 点向上”为事件 B, 则 A, B 为互斥事件, 但不是对立事件. 事件 A 的对立事件是“偶数点向上”的事件 C, 即 $C = \bar{A}$.

6. 由于 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$, 可以通过求 $P(\bar{A})$ 的方法来求 $P(A)$, 这就是通常所说的排除法.

3.2 古典概型

3.2.1 古典概型

1. 本小节的教学重点是掌握古典概型的概念以及利用古典概型求解随机事件的概率；教学难点是如何判断一个试验是否是古典概型，分清在一个古典概型中某随机事件包含的基本事件的个数和试验中基本事件的总数。

2. 设计随机试验，帮助学生理解古典概型。

基本事件 A 的总个数为 n （样本空间集合元素的个数），事件 A 包含的基本事件个数为 m （数出事件子集的个数），则有 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

这一章，还没有学习排列组合知识，对计算概率带来的不便，如例习题中，涉及集合中元素的个数不多，直接计数，不会太困难。通过设计随机试验，找出随机试验所有可能发生的结果，构成样本空间，直接计数会更好的帮助学生理解随机试验和随机变量的概念。

3. 古典概型的两个特点。一是有限性，即在一次试验中，基本事件的个数是有限的；二是等可能性，即每一个基本事件发生的可能性是均等的。因此，在古典概型中，随机事件 A 的概率可以用事件 A 包含的基本事件的个数与试验的基本事件总数之比来表示。

4. 本小节教材引用了 6 个例题来说明古典概型的应用。分别是“掷一颗及两颗骰子”“不放回和放回检验产品”“出拳游戏”以及“遗传基因问题”。这些都是在日常生活生产和学习中常见的实际问题，贴近学生的实际，容易引起学生的兴趣，也符合古典概型的条件，学生在理解题意的基础上不难解决。

5. 古典概型的教学应让学生通过实例理解古典概型的特征：实验结果的有限性和每一个实验结果出现的等可能性。这一部分可以多介绍一些符合古典概型的实际问题，让学生初步学会把一些实际问题转化为古典概型，加以解决。

3.2.2 概率的一般加法公式（选学）

1. 本小节的教学重点是概率的一般加法公式的理解和推导。教学难点是概率的一般加法公式的应用。

2. 这一小节，课标不作要求，但考虑到知识完整性，对喜爱数学的学生还是必要的，对理解事件的独立性也有好处，所以供选学。

3. 事件 A 与 B 的交（或积）是事件 A 和 B 都包含的基本事件（或事件 A 和 B 同时发生）所构成的事件 D ，记作 $D=A \cap B$ 。因此有

$$A \supseteq A \cap B, B \supseteq A \cap B, \text{ 且 } P(A) \geq P(A \cap B), P(B) \geq P(A \cap B), P(A \cap B) \leq P(A) + P(B).$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

4. 从集合的观点来看，概率的一般加法公式对应关于集合元素个数的容斥定理。设 $|A|$ ， $|B|$ 分别表示事件 A ， B 中的基本事件个数，则 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ ，当 $A \cap B = \emptyset$ ，即当事件 A 与 B 是互斥事件时， $|A \cup B| = |A| + |B|$ 。

3.3 随机数的含义与应用

3.3.1 几何概型

1. 本小节的教学重点是几何概型的概念及应用；教学难点是几何概型的应用.
2. 几何概型的两个特点. 一是无限性，即在一次试验中，基本事件的个数可以是无限的；二是等可能性，即每一个基本事件发生的可能性是均等的. 因此，用几何概型求解的概率问题和古典概型的思路是相同的，同属于“比例解法”. 即随机事件 A 的概率可以用“事件 A 包含的基本事件所占的图形面积”与“试验的基本事件所占总面积”之比来表示.
3. 本小节通过例 1、例 2 两个实例，引出几何概型的概念，进而给出几何概型的计算公式，然后通过例 3、例 4 介绍了几何概型的计算方法，对于启发和培养学生分析问题和解决问题的能力很有帮助.

3.3.2 随机数的含义与应用

1. 本小节的教学重点是随机数的概念及应用；教学难点是应用随机数解决各种实际问题.
2. 一般的科学计算器都能产生随机数，可以引导学生尝试用计算器或计算机产生随机数的方法. 并能运用模拟方法（包括计算器或计算机产生随机数来进行模拟）估计概率，进一步体会几何概型的意义.
3. 用计算器或计算机模拟随机试验，特别是对于一些成本高、时间长的试验，可以起到降低成本、缩短时间的作用. 例如结合研究性学习，设计一个小程序利用计算机产生随机数，模拟掷硬币、求无理数 π 的近似值的随机试验等.

3.4 概率的应用

1. 本节的教学重点是应用概率解决实际问题；教学难点是如何把实际问题转化为概率的有关问题，并用概率和数学的方法来分析问题和解决问题.
 2. 这一大节主要让学生了解随机数的含义与应用. 介绍随机模拟方法. 能利用模拟试验来估计概率. 初步体会几何概型的意义. 鼓励学生自己用计算器或计算机进行模拟试验.
- 教师应认识到，模拟方法在科学研究中的重要作用. 模拟是利用数学模型研究某些事物发展变化规律的一种重要方法. 特别是现代，利用计算机进行模拟试验已在工程技术、科学试验、军事、社会科学等各个领域得到了广泛的应用. 所以这一节有着重要的教育价值.

三 拓展资源

(一) 概率论的起源

公元 1494 年, 意大利的帕奇欧里在一本有关计算技术的教科书中, 提出了一个问题是一场赌赛, 胜六局才算赢, 当两个赌徒一个胜五局, 另一个胜两局时, 中止赌赛, 赌金该怎样分配才合理? 帕奇欧里给出的答案是按 5:2 分. 后来人们一直对这种分配原则表示怀疑, 但没有一个人提得出更合适的办法来.

时间过去了半个世纪, 另一名意大利数学家卡尔丹 (1501—1576), 潜心研究赌博不输的方法, 出版了一本《赌博之书》. 他在书里提出了这样一个问题: 掷两颗骰子, 以两颗骰子的点数和作赌赛, 那么押几点最有利? 卡尔丹认为 7 最好. 卡尔丹还对帕奇欧里提出的问题进行过研究, 提出过疑义, 指出需要分析的不是已经赌过的次数, 而是剩下的次数. 卡尔丹对问题的解决, 虽然有了正确的思路, 但没有得到正确的答案.

时间又过了一个世纪, 公元 1651 年法国著名数学家帕斯卡 (1623—1662) 收到了法国大贵族德·美黑的一封信, 在信中他向帕斯卡请教分赌金的问题: “两个赌徒规定谁先赢 s 局就算赢了. 如果一个人赢 a ($a < s$) 局, 另一个赢 b ($b < s$) 局时, 赌博中止, 应该怎样分配赌本才算公平合理?”

这个问题把帕斯卡给难住了. 帕斯卡苦思冥想了 3 年才悟出了满意的解法. 于 1654 年 7 月 29 日把这个问题连同解答寄给了法国数学家费马 (1601—1665). 不久, 费马在回信中给出另一种解法, 他们两人频繁通信, 深入探讨这类问题. 这个信息, 后来被荷兰数学家惠更斯获悉, 惠更斯对这类问题倍感兴趣, 很快地加入了对这类问题的探讨, 并把对这类问题的探讨的结果载入 1657 年出版的《论骰子游戏中的推理》一书中, 这本书引入了数学期望的概念, 是概率论的第一部著作. 这样, 数学的一个新分支——概率论诞生了. 至此, 延续了一个半世纪分赌金的疑难问题, 在概率论的诞生与发展中得到解决.

赌博历来是各民族不齿的行为, 但它又是很典型的随机试验, 其数学模型干净利落, 极具代表性. 数学家们从中获取数学思想与方法, 用以解决其他实际问题.

18 世纪至 19 世纪, 随着社会的进步, 人口理论、保险业、误差理论等方面的发展, 不仅使概率论得到了实际应用, 而且刺激了概率论的发展. 20 世纪初, 俄罗斯数学家科尔莫戈罗夫建立了严谨的概率论理论体系. 由此, 概率论不仅成为一门重要的数学学科, 而且已渗透到自然科学、社会科学、人文科学等各个领域, 发挥着越来越重要的作用.

(二) 生日的奇迹

这是一个真实的故事, 故事发生在美国的弗吉尼亚州, 曾经有一对夫妇, 男的叫拉尔夫, 女的叫卡罗琳.

1952 年 2 月 20 日, 他们的长女卡莎琳出生了, 当卡莎琳过周岁生日的那天, 她的妹妹出生了 (1953 年 2 月 20 日). 这倒不算什么, 到了 1954 年 2 月 20 日, 她们的弟弟也出生了. 这还不算, 1959

年2月20日，他们的另一妹妹出生了。后来又过了几年，最小的妹妹又在他们同一天生日里来到人间。一对夫妇生了5个孩子，生日相同，这不能不说是一个奇迹。聪明的读者，若你算一算5个人生日相同的概率，你就会更加震惊不已。

因为只要求5个人生日相同，所以第1个孩子的生日没有任何限制，可以看做只有1种结果，其余4个孩子的生日分别有365种结果（假设所生的每个孩子的年份都不是闰年，且各不相同），根据乘法原理：4个孩子的生日共有 365^4 种不同的结果，而要和第1个孩子生日相同，则只有1种结果。所以，这对夫妇生5个孩子，要生日相同的概率为 $P(A)=\frac{1}{365^4}$ ，你不觉得这个概率太小了吗？

这个故事告诉我们一个道理，那就是只要不是不可能事件，不管它发生的概率有多小，它都有可能发生。这正是“不怕一万，就怕万一”的道理。

（三）不该发生的悲剧

前不久，一地方台报道了一个村的大部分村民，为了发家致富，把家中所有的钱几乎都买了彩票，结果很多人弄得倾家荡产。

应当说这是一件不该发生的可悲的事，然而却引起人们的思考。在日常生活和生产经营中，经常会遇到成功的概率较小，而成功的效益较大，但失败的损失也大的这类事，相比而言，面对那些成功的概率较大，而成功的效益较小，失败的损失也较小的事，人们往往错误的选择从事期望值较大的项目，不仅如此，为了达到某种目的，甘冒风险，孤注一掷的也大有人在，这正是造成悲剧发生的根源。

买彩票无可非议，但要量力而行，不能影响正常的生产经营和家庭生活，更不能把它作为发家致富的惟一途径。

常常还有不少人有这样的看法，比如一张彩票中奖率为 $\frac{1}{10\,000}$ ，那么同一开奖组中的两张彩票中奖率即为 $\frac{2}{10\,000}$ 。于是得出：“若一个事件一次试验发生概率为 P ，则 n 次事件发生的概率是 $n \times P$ ”，这显然是错误的。如果按此推理，即抛掷两次硬币出现正面向上的概率应是 $2 \times \frac{1}{2} = 1$ 了，这可能吗？然而可悲的是很多人不知道这个道理，造成恶果。聪明的同学，当你学完概率这一章知识后，你会这样做吗？我想是绝对不会的。

四 教学案例

案例1 3.1.3 频率与概率

（一）教学目标

1. 知识与技能目标：

在具体情境中，了解随机事件发生的不确定性和频率的稳定性，进一步了解概率的意义以及频率与

概率的区别.

2. 过程与方法目标:

在教学过程中, 注意培养学生的操作、归纳、探求规律的能力和利用数学知识解决实际问题的能力.

3. 情感、态度与价值观目标:

通过学生的实际操作, 归纳、探求规律, 激发学生的学习兴趣, 以及探寻事物规律的强烈愿望, 在随机中存在着规律, 规律中也存在着随机. 在课堂学习中, 学生既有实际操作, 又有独立思考、合作讨论, 有意识、有目的培养学生自主学习的学习习惯与协作共进的团队精神.

(二) 教学重点与难点

教学重点是频率的概念和概率的统计定义; 难点是概率的统计定义以及频率与概率的区别与联系.

(三) 教法与学法指导

采用问题探究式教学法, 通过学生实际操作及对数据的分析, 发现并归纳规律, 从而使问题得以解决.

(四) 教学过程

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图																																
复习引入	做试验: 掷硬币. 问题(1) 足球赛开始前利用掷硬币的方法挑选场地和选择进攻方向, 你认为合理吗? 问题(2) 掷 2 次硬币, 正面向上的频率是多少? 掷 10 次呢? 问题(3) 掷 100 次硬币, 正面向上的频率大约是多少? 问题(4) 做大量试验呢? 频率大约是多少?	1. 学生思考回答 (1) (2). 2. 把全班分成十几个小组, 每个小组分成 4~5 人. 各小组把一枚均匀硬币至少掷 100 次, 观察掷出正面向上的次数, 然后将试验结果及计算结果填入下表: <table border="1"> <thead> <tr> <th>小组编号</th><th>抛掷次数 (n)</th><th>正面向上次数 (m)</th><th>正面向上频率 (m/n)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> 当全班做完这一试验后, 把试验结果公布在黑板上, 请学生谈谈事件“正面向上”的发生有没有什么规律可循? 3. 屏幕演示或黑板书写, 历史上有些学者所做的试验, 结果如下表所示: <table border="1"> <thead> <tr> <th>试验者</th><th>抛掷次数 (n)</th><th>正面向上次数 (m)</th><th>正面向上频率 (m/n)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>棣莫佛</td><td>2 048</td><td>1 061</td><td>0.518 1</td></tr> <tr> <td>蒲丰</td><td>4 040</td><td>2 048</td><td>0.506 9</td></tr> <tr> <td>费勒</td><td>10 000</td><td>4 979</td><td>0.497 9</td></tr> <tr> <td>皮尔逊</td><td>12 000</td><td>6 019</td><td>0.501 6</td></tr> <tr> <td>皮尔逊</td><td>24 000</td><td>12 012</td><td>0.500 5</td></tr> </tbody> </table> 学生谈谈“正面向上”的频率的变化规律, 总结一般规律.	小组编号	抛掷次数 (n)	正面向上次数 (m)	正面向上频率 (m/n)					试验者	抛掷次数 (n)	正面向上次数 (m)	正面向上频率 (m/n)	棣莫佛	2 048	1 061	0.518 1	蒲丰	4 040	2 048	0.506 9	费勒	10 000	4 979	0.497 9	皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6	皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5	通过学生掷硬币作试验, 培养其观察、总结、猜想和动手的能力, 以及同学之间的协作精神, 通过实际动手操作, 寻找规律, 逐渐解决前面的几个问题.
小组编号	抛掷次数 (n)	正面向上次数 (m)	正面向上频率 (m/n)																																
试验者	抛掷次数 (n)	正面向上次数 (m)	正面向上频率 (m/n)																																
棣莫佛	2 048	1 061	0.518 1																																
蒲丰	4 040	2 048	0.506 9																																
费勒	10 000	4 979	0.497 9																																
皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6																																
皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5																																

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
概念形成	在 n 次重复进行的试验中, 事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$, 当 n 很大时, 总是在某个常数附近摆动, 随着 n 的增加, 摆动幅度越来越小, 这时就把这个常数叫做事件 A 的概率, 记作 $P(A)$, $0 \leq P(A) \leq 1.$ A 是必然事件时, $P(A)=1$; A 是不可能事件时, $P(A)=0$. 概率的这个定义叫做概率的统计定义.	1. 学生从直观上解释经过大量试验“正面向上”的频率大约为 0.5. 2. 将学生各小组次数累加, 求出其频率, 观察结果. 3. 设想每一组抛掷 1 000 次, 频率大约是多少? 会有什么情况发生? 4. 学生观察每小组掷硬币试验结果, 及历史上几位学者所做的试验结果, 可归纳出, 随着试验次数的增加, “正面向上”的频率是在某一数值附近摆动, 而且随着试验次数的增加, 一般摆动幅度越小, 而且观察到的大的偏差也越少, 频率呈现一定的稳定性.	通过学生对试验结果的归纳, 以及对前人试验结果的观察, 可以得出: 在多次重复试验中, 同一事件发生的频率在某一个数值附近摆动.
概念深化	问题 1: 概率与频率有什么区别、联系? 答: 频率是概率的近似值, 概率是可以通过频率来测量的. 类似于用尺子测量木棒的长度. 问题 2: 投掷一枚硬币“正面向上”的概率是 0.5, 那么掷两次硬币是否一定是有一次是“正面向上”? 问题 3: 盒子里面, 有 10 个相同形状、大小的小球, 其中只有一个黑球, 故每次摸 1 球, 摸到黑球的概率是 $\frac{1}{10}$, 这是否说明, 摸 10 次 (摸后放回) 一定摸到黑球? 概率为 $\frac{1}{10}$ 说明什么呢?	1. 教师可以让学生通过计算器或计算机进行随机数的模拟试验, 从直观上认识频率的稳定性. 2. 学生对照概率的统计定义, 找出概率与频率的区别和联系, 教师引导用尺子测量长度的例子加以说明. 对于问题 2 和 3, 可先让学生做试验, 掷两次, 看结果, 学生讨论. 对于问题 3, 可找几名同学分别摸 10 次, 看结果, 教师引导. 用概率统计定义说明.	通过对概率与频率关系的讨论, 加深对概率定义的理解, 特别是利用“尺子测量长度”的实例, 使学生对两个概念的理解更容易. 问题 2、3, 意在通过学生动手实验, 进一步揭示概率、频率的内涵, 深化对概念的理解.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图																					
应用举例	例：为了确定某类种子的发芽率，从一大批种子中抽出若干批做发芽试验，其结果如下： <table><tr><td>种子粒数</td><td>25</td><td>70</td><td>130</td><td>700</td><td>2 000</td><td>3 000</td></tr><tr><td>发芽粒数</td><td>24</td><td>60</td><td>116</td><td>639</td><td>1 806</td><td>2 713</td></tr><tr><td>发芽率</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> (1) 求出表中种子发芽的各个频率(发芽率)； (2) 判断种子的发芽概率大约为多少？ 解：(1) 0.96, 0.857, 0.892, 0.913, 0.903, 0.904. (2) 发芽的概率大约为 0.9. 练习 1：“某彩票的中奖概率为$\frac{1}{1\,000}$”，是否意味着买 1 000 张彩票就一定能中奖？ 解：买 1 000 张彩票相当于做 1 000 次试验，结果可能一次奖也没中，或者中一次奖，或者多次中奖，结果不一定，只有当所买彩票数量 n 非常大时，中奖次数约为$\frac{n}{1\,000}$，所以买 1 000 张彩票不一定能中奖。 练习 2：教材第 97 页练习 A 第 1、2 题.	种子粒数	25	70	130	700	2 000	3 000	发芽粒数	24	60	116	639	1 806	2 713	发芽率							例：由学生独立完成. 练习 1：由学生讨论完成，进一步理解当试验次数比较大时，事件发生的频率才趋于稳定，频率越来越接近概率.	练习 1 是强化对频率与概率关系的理解，消除学生在实际生活中常遇到的这类概率问题的错误认识. 例题是在抽样调查中的常见问题，通过对若干批，或若干次试验的考察，求出其频率，然后再推测事件发生的概率值.
种子粒数	25	70	130	700	2 000	3 000																		
发芽粒数	24	60	116	639	1 806	2 713																		
发芽率																								
归纳总结	1. 概率的统计定义. 2. 频率与概率的联系与区别.	学生归纳总结，教师点拨.	学生自己梳理本节所学知识，以便对知识有一个系统的理解与认识.																					
布置作业	教材第 97 页练习 B 第 1、2 题. 教材第 101 页习题 3-1A 第 3 题.	学生独立练习.	教学反馈与评价，使学生巩固所学的知识.																					

案例 2 3.2.1 古典概型

(一) 教学目标

1. 知识与技能目标：

理解古典概型及其概率计算公式，会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的

概率.

2. 过程与方法目标:

古典概型的教学应让学生通过实例理解古典概型的特征: 试验结果的有限性和每一个试验结果出现的等可能性. 让学生初步学会把一些实际问题化为古典概型.

3. 情感、态度与价值观目标:

概率教学的核心问题是让学生了解随机现象与概率的意义, 加强与现实生活的联系, 以科学的态度评价身边的一些随机现象. 适当地增加学生合作学习交流的机会, 尽量地让学生自己举出生活和学习中与古典概型有关的实例. 使得学生在体会概率意义的同时, 感受与他人合作的重要性以及初步形成实事求是的科学态度和锲而不舍的求学精神.

(二) 教学重点与难点

教学重点是掌握古典概型的概念及利用古典概型求解随机事件的概率; 难点是如何判断一个试验是否是古典概型, 分清在一个古典概型中某随机事件包含的基本事件的个数和试验中基本事件的总数.

(三) 教法与学法指导

根据本节课的特点, 可以采用“问题探究式”教学方法. 通过问题导入、问题探究、问题解决和问题评价等教学过程, 学习和挖掘古典概型的概念及相关解法. 同时, 在教学过程中, 注意引导学生开展小组合作学习, 通过举出大量的有关古典概型的实例, 调动学生学习的积极性, 加强互动交流, 让每一个学生充分地参与到学习活动中来. 在学习的后一段以自主学习为主, 使学生自主建构古典概型的知识和解题方法.

(四) 教学过程

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
复习引入	通过掷硬币和掷骰子的例子, 复习基本事件和基本事件空间的概念.	学生分组掷硬币和骰子, 求出现正、反面或 1~6 点的概率.	复习基本事件和基本事件空间的概念, 导出古典概型的定义. 培养学生的动手能力.
概念形成	通过以上两个实例, 请学生分析、导出古典概型的定义.	学生分组试验后, 每人写出试验结果. 根据试验结果, 探究这种试验所求概率的特点, 尝试归纳古典概型的定义.	通过分组试验, 让学生自主探究古典概型的定义.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
概念深化	呈现例题, 深刻体会古典概型的两个特征. 例 1: 掷一颗骰子, 观察掷出的点数, 求掷得奇数点的概率. 例 2: 从含有两件正品 a_1, a_2 和一件次品 b_1 的 3 件产品中每次任取 1 件, 每次取出后不放回, 连续取两次, 求取出的两件产品中恰有一件次品的概率. 例 3: 在例 2 中, 把“每次取出后不放回”这一条件换成“每次取出后放回”, 其余不变, 求取出的两件中恰好有一件次品的概率. 例 4: 甲、乙两人做出拳游戏(锤子、剪刀、布). 求: (1) 平局的概率; (2) 甲赢的概率; (3) 乙赢的概率. 例 5: 抛掷两颗骰子, 求: (1) 点数之和为 7 点的概率; (2) 出现两个 4 点的概率.	根据每个例题的不同条件, 让学生自己找出并回答每个试验中的基本事件数和基本事件总数; 分析是否满足古典概型的两个特征; 然后利用古典概型的计算方法求得概率.	通过具体事例, 揭示古典概型的适用范围和具体解法.
应用举例	例 6: 每个人的基因都有两份, 一份来自父亲, 另一份来自母亲. 同样地, 他的父亲和母亲的基因也有两份. 在生殖的过程中, 父亲和母亲各自随机地提供一份基因给他们的后代. 以褐色的眼睛为例, 每个人都有一份基因显示他的眼睛颜色: (1) 眼睛为褐色; (2) 眼睛不为褐色.	请学生先行自己阅读例题, 理解题意, 教师适时点拨、指导. 待学生充分思考、酝酿, 具有初步的思路之后, 请学生说出他们的解法.	古典概型在生物学方面的应用. 加强数学应用意识的培养.
应用举例	如果孩子得到的父母的基因都为“眼睛为褐色”的基因, 则孩子的眼睛也为褐色. 如果孩子得到的父母的基因都为“眼睛不为褐色”的基因, 则孩子眼睛不为褐色(是什么颜色取决于其他的基因). 如果孩子得到的基因中一份为“眼睛为褐色”的, 另一份为“眼睛不为褐色”的, 则孩子的眼睛不会出现两种可能, 而只会出现眼睛颜色为褐色的情况. 生物学家把“眼睛为褐色”的基因叫做显性基因. 为方便起见, 我们用字母 B 代表“眼睛为褐色”这个显性基因, 用 b 代表“眼睛不为褐色”这个基因. 每个人都有两份基因, 控制一个人眼睛颜色的基因由 BB, Bb, bB, bb (前者表示父亲提供的基因, 后者表示母亲提供的基因). 注意在 BB, Bb, bB, bb 这 4 种基因中只有 bb 基因显示为眼睛颜色不为褐色, 其他的基因都显示眼睛颜色为褐色. 假设父亲和母亲控制眼睛颜色的基因都为 Bb, 则孩子眼睛不为褐色的概率有多大?		

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
归纳总结	古典概型的两个特征：有限性和等可能性.	师生共同归纳.	巩固古典概型的概念和方法，建立较完整的认知结构.
布置作业	教材第 107 页习题 3-2A 第 1~6 题.	学生独立完成.	教学反馈与评价，学生内化所学知识.

五 习题参考答案与提示

练习 A (第 92 页)

(1) 是; (2) 否; (3) 否; (4) 是.

练习 B (第 92 页)

略.

练习 A (第 94 页)

1. (1) $A=\{1, 3, 5\}$; (2) $B=\{4, 5, 6\}$.

2. (1)

$\Omega=\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$;

(2) $A=\{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$;

(3) $B=\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$;

(4) $C=\{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$.

3. (1) $\Omega=\{(0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 2), (2, 0), (2, 1)\}$;

(2) 基本事件的总数是 6;

(3) $A=\{(2, 0), (2, 1)\}$.

练习 B (第 94 页)

- (1) $\Omega = \{\text{发芽}, \text{不发芽}\}$.
或: 1 表示发芽, 0 表示不发芽. 则 $\Omega = \{1, 0\}$.
(2) $\Omega = \{\text{胜}, \text{平}, \text{负}\}$.
(3) $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
- (1) 投掷一颗骰子, 掷出的点数为 2.
(2) 投掷一颗骰子, 掷出的点数不为 3 和 5.

练习 A (第 97 页)

- 事件的概率不大于 1.
- (1) $\frac{4}{5}, \frac{19}{20}, \frac{22}{25}, \frac{23}{25}, \frac{89}{100}, \frac{91}{100}$; (2) 约为 0.9.
- 不对.

练习 B (第 97 页)

- (1) 由于不可能事件 A 在试验中不能发生, 所以事件 A 发生的频率始终为 0, 因此其概率也为 0.
(2) 由于必然事件 A 在试验中一定发生, 所以事件 A 发生的频率始终为 1, 因此其概率也为 1.
- 略.

练习 A (第 100 页)

- 互斥事件不一定是对立事件, 但对立事件一定是互斥事件 (对立事件是互斥事件的特例).
例如: 投掷一颗骰子, 掷出的点数构成的基本事件空间是
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$, 则 A, B 是互斥事件, 但不是对立事件. 事实上, 事件 A 的对立事件是 $C = \{3, 4, 5, 6\}$.
当 A, B 是互斥事件且 $A \cup B = \Omega$ 时, 则 A, B 是对立事件.
- (1) 互斥事件, 但不是对立事件;
(2) 不是互斥事件;
(3) 不是互斥事件;
(4) 互斥事件, 也是对立事件.

练习 B (第 100 页)

- (1) 0.82; (2) 0.38; (3) 0.24.
- (1) 0.7; (2) 0.3.

习题 3-1A (第 100 页)

- (1) 不对, 应为全集; (2) 对; (3) 不对, 两个事件的并仍然是一个随机事件, 其概率不可能

- 大于1.
 2. $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.
 3. (1) 不对; (2) 不对; (3) 不对; (4) 对.

习题 3-1B (第 101 页)

1. 0.4.
 2. 略.

习题 3-2A (第 107 页)

1. $P = \frac{1}{2}$. 2. $P = \frac{3}{10}$. 3. $P = \frac{1}{4}$.
 4. 应用古典概率 (1) $P = \frac{1}{4}$; (2) $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
 5. $P = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$.
 6*. (1) $P(A) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$; (2) $P(B) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$;
 (3) $P(C) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ 或 $P(C) = P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$;
 (4) $P(D) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$;
 或 $P(D) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(\bar{A})P(\bar{B}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$.
 7*. 设红骰子出现偶数点的事件为 A , 蓝骰子出现偶数点的事件为 B , 则
 $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$, 至少一颗骰子出现偶数点的概率是
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.

习题 3-2B (第 108 页)

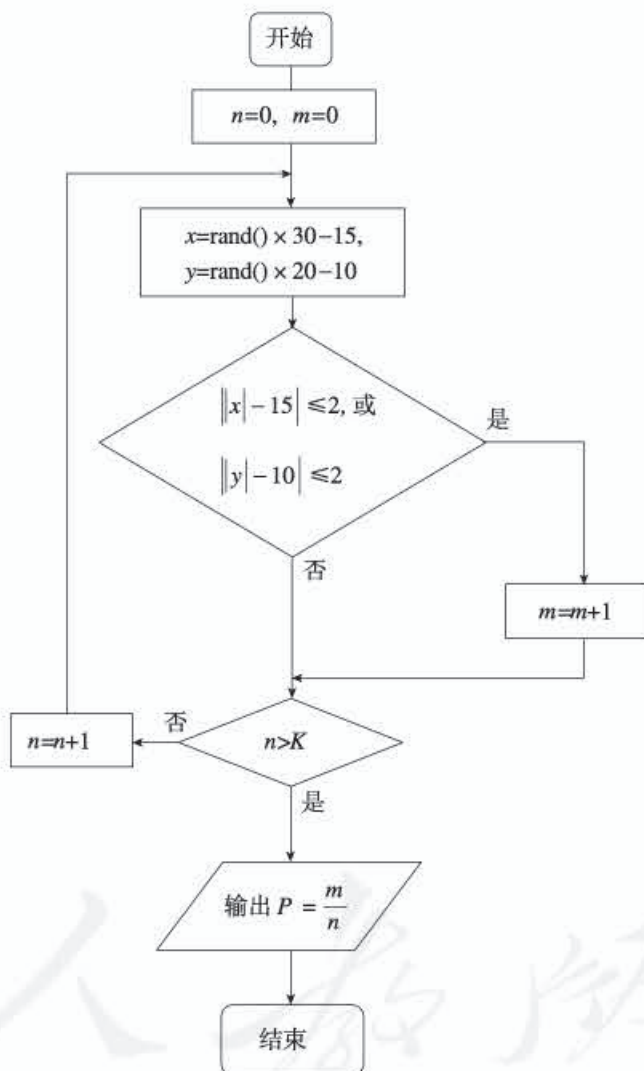
1. 参见教材第 106 页图 3-7.
 (1) $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; (2) $P = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$; (3) $P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$; (4) 7.
 2. (1) $\frac{1}{15}$;
 (2) $\frac{4}{5}$.
 3. 因为 $m^2 + n^2 < 16$, 故 m, n 的取值为:
 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2) 共 8 种.
 故 $P = \frac{8}{6 \times 6} = \frac{2}{9}$.

习题 3-3A (第 114 页)

1. $P = \frac{9-6}{12} = \frac{1}{4}$.

2. $P = \frac{3}{4}$.

3.



4. 在 $6x-3y-4=0$ 中, 分别令 $x_1=1, y_2=-1$, 得: $y_1=\frac{2}{3}, x_2=\frac{1}{6}$.

故阴影部分的面积为: $\frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{2}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{25}{36}$,

所以 $P = \frac{\frac{25}{36}}{4} = \frac{25}{144}$.

习题 3-3B (第 115 页)

1. $\frac{1}{3}$.
2. $P = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$.
3. 略.

习题 3-4 (第 118 页)

1. (1) $P = \frac{8\ 513}{10\ 000} = 0.851\ 3$; (2) 约 $30\ 000 \times 0.851\ 3 = 25\ 539$ (尾);
(3) 约 $5\ 000 \div 0.851\ 3 \approx 5\ 900$ (尾).
2. 略.

思考与交流 (第 119 页)

略.

巩固与提高 (第 119 页)

1. (1) 真; (2) 假; (3) 假; (4) 真; (5) 假.
2. (1) $\frac{1}{3}$; (2) $\frac{5}{36}$; (3) $\frac{7}{8}$;
(4) $\Omega, \emptyset, A, B$; (5) $\frac{3}{5}$;
(6) “所取 3 件至少有一件是次品”, “所取 3 件至少有两件是正品”.
3. $P = 0.2 + 0.3 + 0.3 + 0.1 = 0.9$.

自测与评估 (第 120 页)

1. 能构成三角形的情况有: (3, 5, 7), (5, 7, 9), (3, 7, 9) 共 3 种. 故 $P = \frac{3}{10}$.
2. $P = \frac{2}{3}$.
3. 因为基本事件空间为:
 $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4),$
 $(2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2),$
 $(4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),$
 $(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}.$
(1) 方程组 $\begin{cases} ax+by=3 \\ x+2y=2 \end{cases}$ 只有一个解等价于 $\frac{a}{1} \neq \frac{b}{2}$, 即 $b \neq 2a$.
所以符合条件的数组 (a, b) : $A = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1),$
 $(2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 1),$

$(4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ 共有 33 个.

故 $P = \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$.

(2) 由方程组 $\begin{cases} ax+by=3 \\ x+2y=2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{2b-6}{b-2a} > 0 \\ y=\frac{3-2a}{b-2a} > 0 \end{cases}$

$b > 2a$ 时, $\begin{cases} a < \frac{3}{2} \\ b > 3 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a=1 \\ b=4, 5, 6 \end{cases}$ 符合条件的数组

$B_1 = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6)\}$ 共有 3 个.

$b < 2a$ 时, $\begin{cases} a > \frac{3}{2} \\ b < 3 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a=2, 3, 4, 5, 6 \\ b=1, 2 \end{cases}$ 符合条件的数组

$B_2 = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2)\}$ 共有 10 个.

故 $P = \frac{13}{36}$.

六 反馈与评价

(一) 知识与方法测试

一、选择题 (每题 5 分, 共 30 分)

- 从甲、乙、丙三人中任选两名代表, 甲被选中的概率 ().
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1
- 下列说法正确的有 ().
①随机事件 A 的概率是频率的稳定值, 频率是概率的近似值;
②一次试验中不同的基本事件不可能同时发生;
③任意事件 A 发生的概率 $P(A)$ 总满足 $0 < P(A) < 1$;
④若事件 A 的概率趋近于 0, 即 $P(A) \rightarrow 0$, 则 A 是不可能事件;
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
- 先后抛掷两颗骰子, 设出现的点数之和是 12, 11, 10 的概率依次是 P_1, P_2, P_3 , 则 ().
A. $P_1 = P_2 < P_3$ B. $P_1 < P_2 < P_3$ C. $P_1 < P_2 = P_3$ D. $P_3 = P_2 < P_1$
- 某射手一次射击中, 击中 10 环、9 环、8 环的概率分别是 0.24, 0.28, 0.19, 则这射手在一次射击中不够 9 环的概率是 ().

- A. 0.29 B. 0.71 C. 0.52 D. 0.48
5. 在一对事件 A, B 中, 若事件 A 是必然事件, 事件 B 是不可能事件, 那么 A 与 B ().
- A. 是互斥事件, 不是对立事件 B. 是对立事件, 不是互斥事件
- C. 是互斥事件, 也是对立事件 D. 既不是对立事件, 也不是互斥事件
6. 在所有的两位数 (10~99) 中任取一个数, 则这个数能被 2 或 3 整除的概率是 ().
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

7. 若以连续掷两次骰子, 分别得到的点数 m, n 作为点 P 的坐标, 则点 P 落在圆 $x^2 + y^2 = 16$ 外的概率是_____.
8. 口袋中装有 100 个大小相同的红球、白球、黑球, 其中红球 45 个, 从口袋中摸出一个球, 摸出白球的概率是 0.23, 则摸出黑球的概率是_____.
9. 在半径为 1 的圆周上有一定点 A , 以 A 为端点任作一弦, 另一端点在圆周上等可能的选取 (即在单位长度的弧上等可能选取), 则弦长超过 1 的概率为_____.
10. 有五条线段, 长度分别是 1, 3, 5, 7, 9, 从这五条线段中任取 3 条, 则所得的三条线段为边不能构成三角形的概率为_____.

三、解答题 (共 50 分)

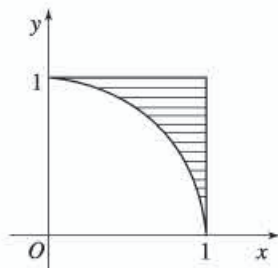
11. (12 分) 某班有 50 名学生, 其中男女各 25 名, 今有这个班的一名学生在街上碰到另一名同班同学, 试问: 碰到异性同学的概率大还是碰到同性同学的概率大?
12. (12 分) 两人独立地破译 1 份密码, 已知甲破译密码的成功率是 0.4, 乙破译密码的成功率是 0.3, 甲乙同时破译密码的成功率是 0.12, 求该密码能被破译的概率.

13. (12 分) 某地区的年降雨量的概率如下表所示:

年降雨量/mm	[100, 150)	[150, 200)	[200, 250)	[250, 300)
概率	0.12	0.25	0.16	0.14

- (1) 求年降雨量在 $[100, 200)$ 范围内的概率;
- (2) 求年降雨量在 $[150, 200)$ 或 $[250, 300)$ 范围内的概率;
- (3) 求年降雨量不在 $[150, 300)$ 范围内的概率;
- (4) 求年降雨量在 $[100, 300)$ 范围内的概率.

14. (14分) 有人提出如下的圆周率的近似算法: 在右图的单位正方形内均匀地取 n 个点 $P_i(x_i, y_i)$ ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$), 然后统计出以 $x_i, y_i, 1$ 为边长的三角形中锐角三角形的个数 m , 则当 n 充分大时, $\pi \approx \frac{4(n-m)}{n}$, 试分析这种算法是否正确.



知识与方法测试参考答案

一、1. C 2. C 3. B 4. D 5. C 6. C

二、7. $\frac{7}{9}$; 8. 0.32; 9. $\frac{2}{3}$; 10. 0.7.

三、11. 解析: 碰到异性同学的概率大.

设 $A =$ “碰到同性同学”, $B =$ “碰到异性同学”,

因为 $P(A) = \frac{24}{49}$, $P(B) = \frac{25}{49}$, 所以 $P(A) < P(B)$.

12. 解析: 设 $A =$ “甲破译密码”, $B =$ “乙破译密码”,

则 $A \cup B =$ “密码能被破译”,

所以 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.3 - 0.12 = 0.58$.

13. 解析: (1) 记这个地区的年降雨量在 $[100, 150)$ 、 $[150, 200)$ 、 $[200, 250)$ 、 $[250, 300)$ 范围内分别为事件 A, B, C, D ,

根据年降雨量的概率表格, 则有 $P(A) = 0.12$, $P(B) = 0.25$, $P(C) = 0.16$, $P(D) = 0.14$.

又这 4 个事件是彼此互斥的.

根据互斥事件的概率的计算公式, 年降雨量在 $[100, 200)$ 范围内的概率为

$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0.12 + 0.25 = 0.37$.

(2) 年降雨量在 $[150, 200)$ 或 $[250, 300)$ 范围内这一事件的发生, 即事件 B , 或事件 D 的发生, 事件 B 与 D 是互斥的, 所求的概率为

$P(B+D) = P(B) + P(D) = 0.25 + 0.14 = 0.39$.

(3) 年降雨量在 $[150, 300)$ 范围内这一事件记为 M , 则年降雨量不在 $[150, 300)$ 范围内的事件为 $\bar{M}$, 而 $M = B+C+D$, 所以, 所求事件 $\bar{M}$ 的概率为

$P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - P(B+C+D) = 1 - (P(B) + P(C) + P(D))$
 $= 1 - (0.25 + 0.16 + 0.14) = 0.45$.

(4) 年降雨量在 $[100, 300)$ 范围内的概率为

$P(A+B+C+D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 0.12 + 0.25 + 0.16 + 0.14 = 0.67$.

14. 根据题中提出的算法, 有 $0 < x_i < 1$, $0 < y_i < 1$, 所以以 $x_i, y_i, 1$ 为边长的三角形中, 长为 1 的边所对角 A 为最大角, 当且仅当 $0^\circ < A < 90^\circ$ 时, 以 $x_i, y_i, 1$ 为边长的三角形为锐角三角形, $x_i^2 + y_i^2 > 1$, 所以在图中的单位正方形内任意取一点 P_i , 满足以 $x_i, y_i, 1$ 为边长的三角形为锐角三角形的概率为 $P = \frac{\text{阴影部分的面积}}{\text{单位正方形的面积}} = 1 - \frac{\pi}{4}$, 当

n 充分大时, $\frac{m}{n} \approx P = 1 - \frac{\pi}{4}$,

所以 $\pi \approx 4\left(1 - \frac{m}{n}\right) = \frac{4(n-m)}{n}$.

所以题中给出的圆周率的近似算法是正确的.

(二) 评价建议

1. 针对本章所学知识, 除在学完本章知识时进行本章节之后总的测试外, 还可在学习过程中进行两次阶段性诊断测试, 第一次是学习完 3.1 节, 第二次是学习完 3.2、3.3、3.4 节之后.

2. 本章内容在现实生活中有很多应用, 因此可让学生留心生活中的一些现象, 利用周末或假期的时间, 根据本地区、本学校的实际情况, 由教师指定或学生自选课题, 开展研究性学习, 写一篇有关“生活中或身边的概率问题”的小论文.

3. 掷骰子、掷硬币是概率中一类常见问题, 因此可让学生以小组为单位做实验, 将过程和结果记录下来. 也可提出一个问题, 让每个学生独立完成, 然后检查试验过程和结果是否合理规范. 也可采用教师评议, 学生互评等评价手段.

人教版®